

Perpaduan Metode *Newton-Raphson* Dan Metode *Euler* Untuk Menyelesaikan Persamaan Gerak Pada Osilator Magnetik

Riza Ibnu Adam
Universitas Singaperbangsa Karawang
Email : riza.adam@staff.unsika.ac.id

Received February 1, 2017; Revised March 20, 2017; Accepted March 23, 2017

Abstrak

Telah dilakukan analisis untuk memperoleh solusi persamaan differensial nonlinear dari osilator magnetik dengan memadukan metode *Newton-Raphson* dan metode *Euler*. Nilai parameter gaya magnetik k diperoleh dengan menggantung magnet seperti ayunan matematis. Dalam model numerik, metode *Newton-Raphson* diperoleh nilai jarak kesetimbangan antara magnet statis 1 dengan magnet utama sebesar 0,01512559816833 m. Adapun dari metode *Euler* didapatkan model osilator magnetik mulai nonlinear pada saat diberikan simpangan 0,010524 m. Hasil analisis menunjukkan besarnya masukan awal sangat berpengaruh terhadap kestabilan sistem osilator magnetik di waktu selanjutnya. Perpaduan metode *Newton-Raphson* dan metode *Euler* dapat digunakan untuk menyelesaikan persamaan differensial nonlinear osilator magnetik.

Kata kunci: Nonlinear, Osilator Magnetik, Metode *Newton-Raphson*, Metode *Euler*

Newton-Raphson And Euler Methods Merger To Solving Motion Equation On The Magnetic Oscillator

Abstract

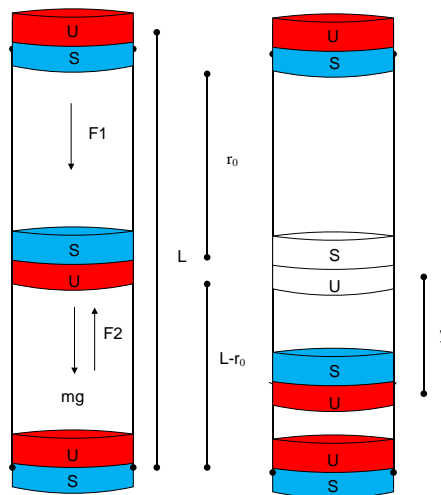
An analysis has been carried out to obtain the solution of a nonlinear differential equations for a magnetic oscillator by combining Newton-Raphson and Euler methods. The parameter of magnetic force k was obtained by hanging the magnet as a pendulum. On the numerical model, the Newton-Raphson method give the equilibrium distance between the static magnet and the main magnet 0.01512559816833 m. The Euler method for modelling the dynamic of the magnetic oscillator showed that nonlinear effect sets in when the initial displacement is 0.010524 m. The analysis shows that the value of the initial condition is determinant on the stability of the magnetic oscillator system at a later stage. The combination of Newton-Raphson method and Euler method can be used to solve nonlinear differential equation of the magnetic oscillator.

Keywords: Nonlinear, Magnetic Oscillator, Newton-Raphson Method, EulerMethod

PENDAHULUAN

Osilator magnetik merupakan sebuah sistem osilasi yang memanfaatkan magnet sebagai pengganti pegas. Sistem osilator magnetik terdiri atas dua buah magnet statis (tidak beresilasi) dan sebuah magnet utama (beresilasi). Pada sistem tersebut magnet utama dipasang sekutub dan berada di antara magnet statis. Pada saat terjadi getaran, magnet utama yang berada di tengah akan mengalami osilasi akibat terjaga oleh kedua magnet statis yang berada di ujung.

Sistem osilator magnetik telah diterapkan pada sensor getaran berbasis induksi elektromagnetik (Hartono, dkk. 2010). Pada sensor tersebut, getaran dimanfaatkan untuk menggerakkan magnet supaya beresilasi. Perubahan medan magnet di dalam kumparan akan menghasilkan medan listrik. Namun, penggunaan osilator magnetik pada sensor tersebut tidak dapat bekerja secara optimal. Hal ini dikarenakan belum dapat diperolehnya kurva kalibrasi antara besar osilasi terhadap tegangan. Untuk menganalisis hal tersebut, maka perlu ditinjau dinamika sistem osilasinya.



Gambar 1. Osilator magnetik

Sistem osilator magnetik dapat dinyatakan sebagai persamaan diferensial nonlinear orde-2. Nonlinearitas dari sebuah sistem menjadikan sistem yang ditinjau cukup sulit dicari solusinya. Solusi persamaan diferensial dapat diselesaikan dengan metode analitik maupun metode numerik. Metode analitik menghasilkan solusi eksak, namun tidak dapat menyelesaikan persamaan diferensial yang bersifat nonlinear. Adapun metode numerik merupakan solusi aproksimasi yang dapat dilakukan secara langsung tanpa penyederhanaan parameter fisis, tetapi memerlukan fungsi coba standar yang ditentukan dengan metode analitik (Bronson & Costa, 2007). Oleh karena itu, diperlukan perpaduan antara metode analitik dan metode numerik untuk memodelkan dinamika osilator magnetik.

Terdapat dua metode yang digunakan untuk memodelkan dinamika osilator magnetik yaitu metode *Newton-Raphson* dan metode *Euler*. Metode *Newton-Raphson* merupakan metode untuk menyelesaikan akar-akar persamaan (J. Aminuddin, 2008). Metode ini telah digunakan untuk menyelesaikan sistem nonlinear pada medan magnet statis (Kuczmann, 2008). Metode berikutnya adalah metode *Euler*. Metode ini merupakan metode untuk menyelesaikan persamaan diferensial (Kiusalaas, 2005). Metode ini telah digunakan untuk menyelesaikan persamaan diferensial *Sturm-Liouville* (Mardiana, 2010).

Penelitian yang telah dilaksanakan bertujuan untuk mendapatkan solusi persamaan diferensial non linear pada sistem osilator magnetik. Metode analitik digunakan untuk

mengungkapkan model dinamika sistem osilator magnetik ke dalam bentuk persamaan diferensial. Solusi persamaan diferensial tersebut diselesaikan menggunakan dua metode numerik, yaitu metode *Newton-Raphson* yang dilanjutkan dengan Metode *Euler*. Metode *Newton-Raphson* digunakan untuk mengetahui jarak antara magnet utama dengan magnet statis pada saat keadaan seimbang ($y=0$). Adapun metode Euler digunakan untuk mengetahui model perubahan simpangan (y) dan kecepatan (v) pada saat diberi gangguan. Keberhasilan penelitian ini diharapkan berkontribusi pada perkembangan sensor getaran berbasis osilator magnetik.

METODE

Penelitian ini dimaksudkan untuk memperoleh dinamika nonlinear pada osilator magnetik. Berdasarkan hukum kedua *Newton* magnet utama akan mengalami gaya akibat gravitasi dan gaya magnetik oleh kedua magnet statis sebagaimana yang dituliskan pada persamaan (1).

$$F_1 + mg = F_2, \quad (1)$$

$$F = \frac{\mu_0 P_1 P_2}{4\pi r^2}, \quad (2)$$

dengan F merupakan gaya magnetik, μ_0 permeabilitas ruang bebas dan P_1, P_2 adalah kuat kutub magnet (Longair, 2003). Persamaan (2) dapat dituliskan sebagai berikut

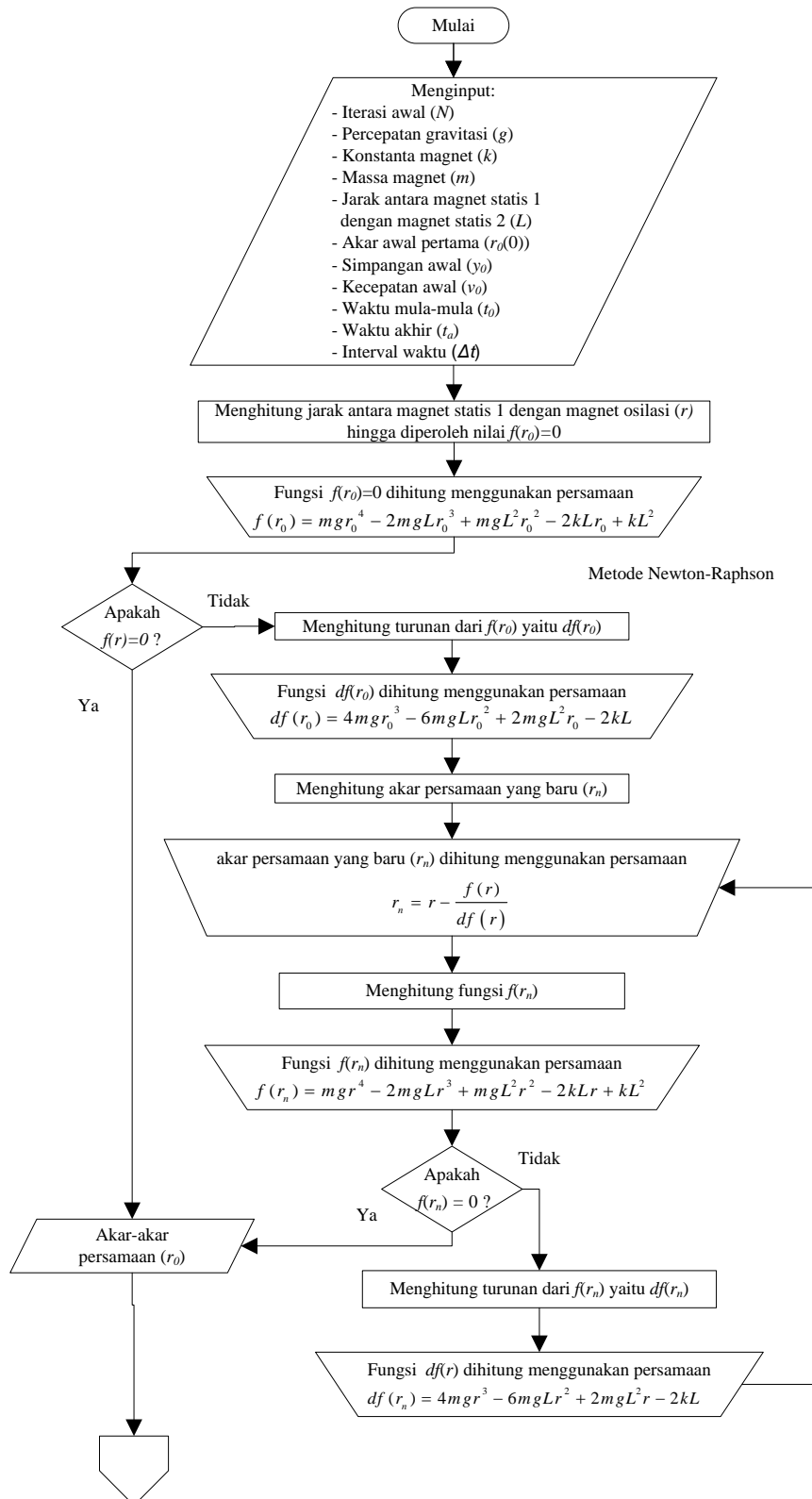
$$F = \frac{k}{r_0^2}, \quad (3)$$

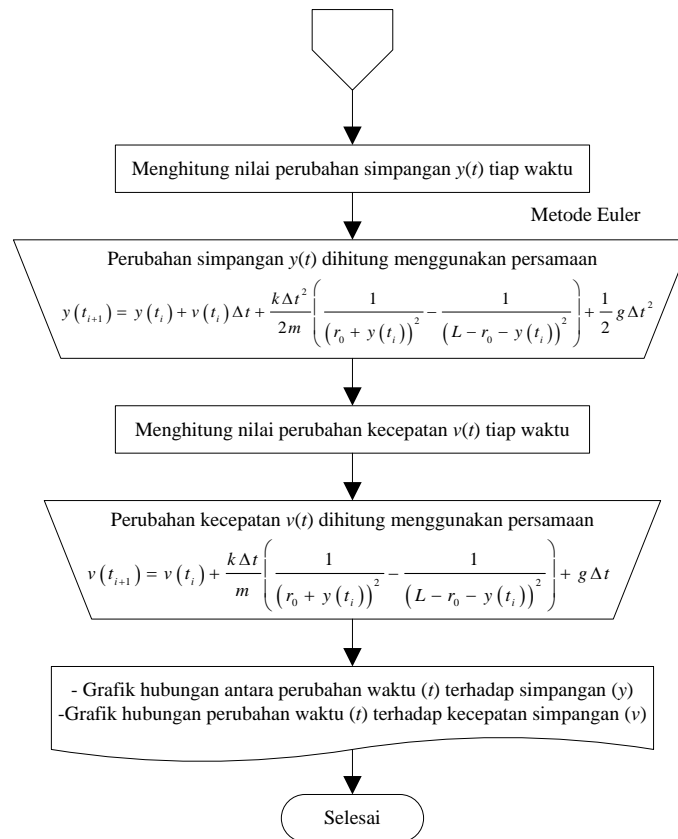
dengan k merupakan sebuah parameter konstan. Berdasarkan persamaan (1) dan (3) serta mengacu pada Gambar 1, maka diperoleh

persamaan gaya pada keadaan setimbang sebagai berikut :

$$\frac{d^2y(t)}{dt^2} = \frac{k}{m} \left(\frac{1}{(r_0 + y(t))^2} - \frac{1}{(L - r_0 - y(t))^2} \right) + g, \quad (4)$$

dengan m massa magnet, g adalah percepatan gravitasi, r_0 jarak antara magnet statis 1 dan magnet osilasi pada saat setimbang, serta L jarak antara magnet statis 1 dan magnet statis 2, serta (y) adalah simpangan.





Gambar 2. Algoritma program

Perancangan program dilakukan menggunakan software MATLAB 7.0. Metode numerik yang digunakan dalam penelitian ini adalah metode Newton-Raphson dan Metode Euler. Metode Newton-Raphson digunakan untuk memperoleh nilai r_0 magnet bergerak pada saat sistem tidak diberi gangguan. Adapun metode Euler digunakan untuk menentukan posisi dan kecepatan setiap saat, ketika r_0 telah diperoleh dan sistem diberi gangguan y . Perancangan program dimulai dengan pembuatan algoritma program seperti pada gambar 2.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Perancangan program dilakukan berdasarkan algoritma metode *Newton-Raphson* dan metode Euler. Metode *Newton-Raphson*

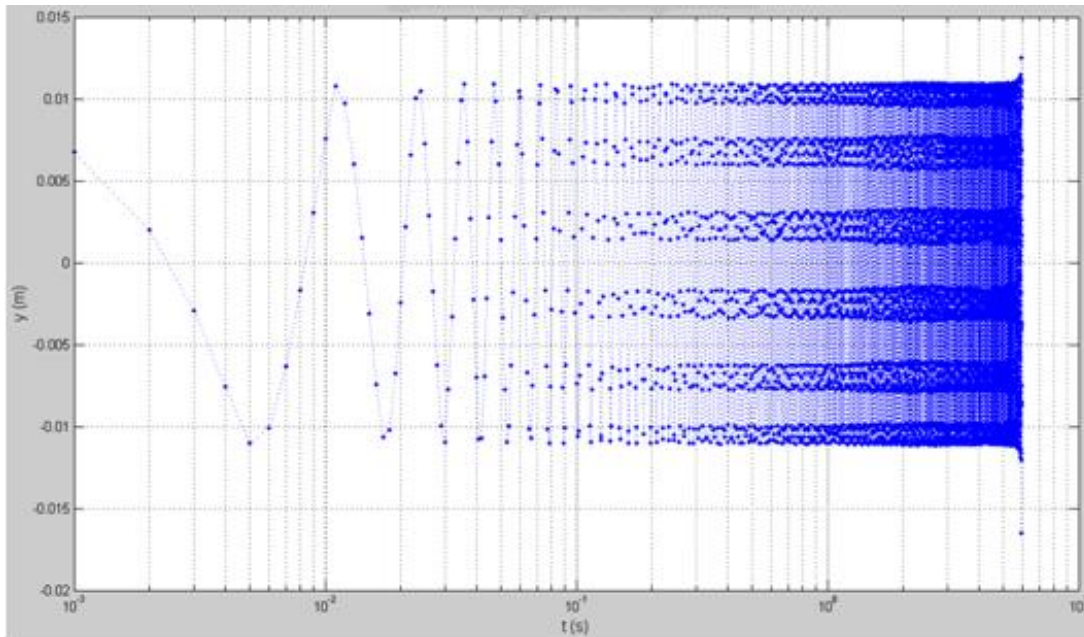
digunakan untuk memperoleh nilai jarak antara magnet statis 1 dan magnet osilasi pada saat sistem tidak diberi gangguan (r_0). Nilai r_0 diperoleh dengan menginput nilai iterasi awal (N), percepatan gravitasi (g), konstanta magnet (k), massa magnet (m), jarak antara magnet statis 1 dengan magnet statis 2 (L) dan akar awal pertama ($r_0(0)$) masing-masing sebesar 10, 9,8 m/s^2 , 0,008173 Nm^2 , 0,109002 Kg , 0,03003 m , 0,03003 m . Hasil perhitungan nilai r_0 dengan metode *Newton-Raphson* diperlihatkan pada Tabel 1. Nilai r_0 didapatkan pada iterasi ke-5 ketika $f(r_0)=0$, yaitu sebesar 0,01512559816833 m . Besarnya nilai r_0 yang dihasilkan berada pada batas $\frac{1}{2}L \leq$. Hal ini dikarenakan magnet utama dipengaruhi oleh gaya gravitasi dan gaya tolak dari kedua magnet statis.

Tabel 1. Hasil Perhitungan nilai r_0 . dengan metode *Newton-Raphson*.

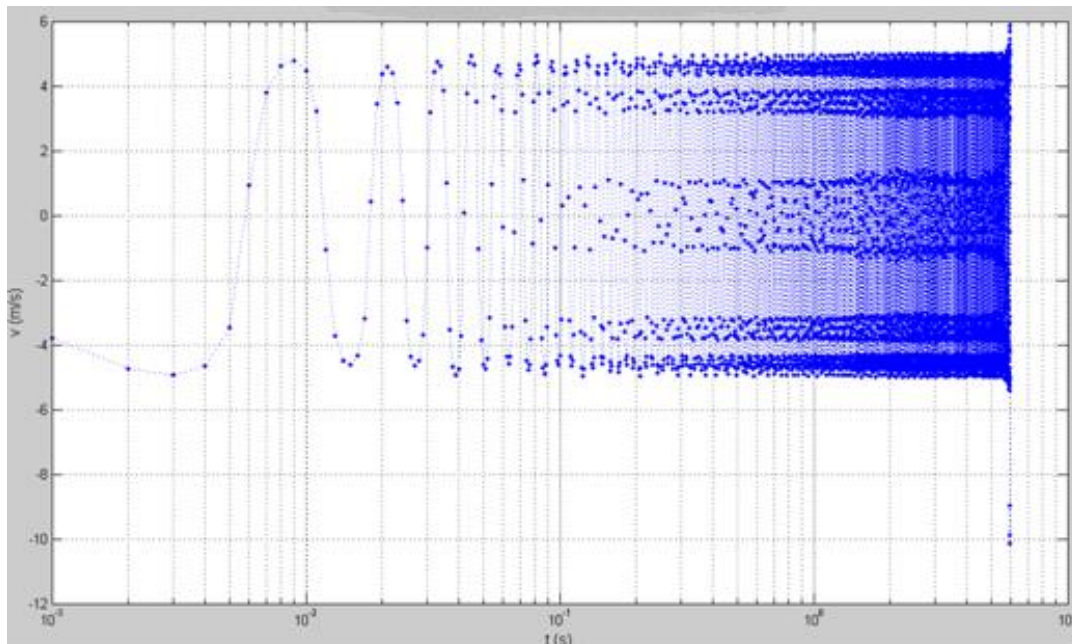
| Iterasi ke- | $r_0(i)$ | $f(r_0)$ | $f(r_0+1)$ |
|-------------|------------------|-------------------|-------------------|
| 1 | 0,03003000000000 | -0,00000737041876 | -0,00049087038000 |
| 2 | 0,01501500000000 | 0,00000005429526 | -0,00049087038000 |
| 3 | 0,01512561017046 | -0,00000000000589 | -0,00049097692736 |
| 4 | 0,01512559816833 | -0,00000000000000 | -0,00049097691580 |
| 5 | 0,01512559816833 | 0 | -0,00049097691580 |

Setelah nilai r_0 diketahui selanjutnya dilakukan pemodelan perubahan simpangan dan kecepatan gerak osilator magnetik dengan metode Euler. Nilai r_0 yang telah diketahui disubstitusi ke persamaan (4) yang kemudian digunakan untuk memodelkan perubahan simpangan dan kecepatan gerak osilator

tersebut. Setelah mencoba mengubah parameter simpangan awal maka diperoleh batas transisi linear ke nonlinear $y_0 = 0,010524$ m. Hasil ini diperoleh dengan cara memvariasikan perubahan simpangan awal yang ditentukan tiap 0,01 m, 0,001 m, 0,0001 m, 0,00001 m dan 0,000001 m.



(a)



(b)

Gambar 3. Model perubahan fungsi waktu pada saat $y_0 = 0,010524$ m (a) simpangan (b) kecepatan

Berdasarkan model tersebut maka diketahui bahwa sistem osilator magnetik yang ditunjukkan pada gambar 3 bersifat nonlinear pada saat diberikan simpangan awal sebesar 0,010524. Sehingga besarnya masukan awal sangat berpengaruh pada kestabilan sistem di waktu selanjutnya. Peristiwa tersebut juga terdapat pada sistem pegas dan bandul matematis. Permasalahan yang masih belum dapat dipecahkan dalam penelitian ini adalah tidak diketahuinya kapan sistem tersebut akan berhenti berosilasi. Pada kenyataannya semua gerak osilasi akan berhenti karena energi mekanik terdispersi akibat adanya suatu gaya gesekan. Jika gaya gesekan atau redaman kecil, maka gerak hampir periodik dan amplitudo akan berkurang secara lambat terhadap waktu. Namun pada penelitian ini tidak terjadi peristiwa penurunan amplitudo walaupun waktu telah berubah selama 1000 s. Untuk menganalisis hal tersebut perlu ditinjau faktor redaman pada osilator magnetik tersebut.

Pembahasan ditulis melekat dengan data yang dibahas. Pembahasan diusahakan tidak terpisah dengan data yang dibahas,

KESIMPULAN

Berdasarkan hasil dan pembahasan penelitian yang telah dilakukan, maka dapat diambil kesimpulan bahwa dari metode *Newton-Raphson* diperoleh nilai jarak antara magnet statis 1 dengan magnet utama sebesar 0,01512559816833 m. Adapun dari metode *Euler* didapatkan model osilator magnetik mulai nonlinear pada saat diberikan simpangan 0,010524 m. Belum adanya faktor redaman

sehingga persamaan gerak pada osilator magnetik harus ditinjau ulang.

DAFTAR PUSTAKA

- Bronson, R., & Costa, G.B., (2007), *Persamaan Differensial*, edisi ke-3, Erlangga.
- Hartono, R. F. Abdullatif., Nanda D.F., (2011), *Rancang Bangun Sistem Deteksi Dini Tanah Longsor Menggunakan Sensor Getaran Berbasis Induksi Elektromagnetik*, (laporan penelitian DIPA, Universitas Jenderal Soedirman).
- J. Aminuddin, (2008), *Dasar-Dasar Fisika Komputasi Menggunakan MATLAB*, Yogyakarta : Gavamedia.
- Kiusalaas, J., (2005), *Numerical Methods in Engineering with MATLAB*, Cambridge University Press.
- Kuczmann, M., (2008), *The Polarization Method Combined with the Newton-Raphson Technique in Magnetostatic Field Problems*, *PRZEGLAD ELEKTROTECHNICZNY*, Hungary.
- Longair, M., (2003). *Theoretical Concepts in Physics. (2thed.)*. Cambridge University Press.
- Mardiana, (2010), *Penentuan Kriteria dalam Menyelesaikan Persamaan Diferensial Sturm-Liouville dengan Metode Euler*, (skripsi, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Sumatera Utara, Medan).