

PROFIL BERPIKIR VISUAL MAHASISWA CALON GURU MATEMATIKA DALAM MEMAHAMI DEFINISI FORMAL BARISAN KONVERGEN BERDASARKAN PERBEDAAN GENDER

Darmadi

FP MIPA, IKIP PGRI Madiun
darmadi7868482@yahoo.com

Abstract

The aim of this study was to get profile of visual thinking of prospective teachers of mathematics in understanding formal definitions of convergent sequences based on gender differences.

This study focused more on the process than the results. The results of the study are presented in the form of descriptions based on empirical data. Therefore, it used descriptive-exploratory study with a qualitative approach. To get the depth of the data, it selected one male subject and one female subject. Method of task-based interviews with semi-structured format was used to collect the data. The time triangulation is used to validate the data. Reduction, categorization, synthesis, and inferences are used to analyze the data.

The results showed that: 1) The male student does four stages or activities to understand the formal definition of convergent sequences, that is: to recognize, to imagine, to show, and to conclude. The activity to show can be categorized into two sub-activities; namely: to show a picture of convergent sequences and to show a picture attribute of the definition. The sequence of activities to understand was carried out by the male student in not a linear fashion. Profile of visual thinking of male prospective teacher of mathematics in understanding formal definitions of convergent sequences is obtained from on the information processing activities that involve mental imagery. Mental imagery processing is done through three stages, namely: to construct mental imagery, to processing mental imagery, and to utilize mental imagery. The stages of processing mental imagery can be categorized into two sub-stages; namely: to determine mental imagery and to refine mental imagery. 2) The female student does four stages or activities to understand the formal definition of convergent sequences, namely: to recognize, to imagine, to show, and to conclude. The activity to show can be categorized into two sub-activities; namely: to show a picture of convergent sequence and to show a picture attribute of the definition. To understand the sequence of activities was performed by female student in a linear fashion. Profile of visual thinking of female prospective teacher of mathematics in understanding formal definitions of convergent sequences is obtained from the information processing activities that involve mental imagery. Mental imagery processing is done through three stages namely: to construct mental imagery, to processing mental imagery, and to utilize mental imagery. The stages of processing mental imagery can be categorized into two sub-stages; namely: to determine mental imagery and to refine mental imagery. 3) Regardless of the differences in the representation and processing sequence as well as the activities and the use of mental imagery, there are similarities in the understanding of the formal definition of convergent sequences. To understand the formal definition of convergent sequences, students do four phases of activities, namely: to recognize, to imagine, to show, and to conclude. The activity to show can be categorized into two sub-activities; namely: to show a picture of convergent sequences and to show a picture attribute of the definition. Mental imagery processing is done through three stages, namely: to construct mental imagery, to processing mental imagery, and to utilize mental imagery.

Keywords: *visual thinking, understanding, formal definition, convergent sequences, prospective teachers of mathematics, gender*

1. PENDAHULUAN

Shapiro (2000:140) mengatakan bahwa banyak aktivitas berkenaan dengan matematika yang terdiri dari manipulasi simbol-simbol sesuai

aturan tertentu. Hal ini lebih tampak pada aliran formalisme. Shapiro (2000:142) menjelaskan bahwa istilah formalitas memandang bahwa matematika adalah tentang karakter-karakter

atau simbol-simbol yaitu sistem-sistem angka-angka dan simbol-simbol bahasa lain. Beberapa pembelajaran matematika sering terpaku pada formalitas. Tall (2005a:14) mengatakan bahwa hasil penelitian menunjukkan bahwa pelajar yang pandai cenderung lebih fokus pada penggunaan simbol-simbol daripada visualisasi, seperti matematikawan yang lebih mengutamakan penggunaan simbol dalam latihan-latihan dan kurang memberikan pengembangan ke visualisasi. Akibatnya, beberapa mahasiswa tidak biasa berpikir visual. Schunk (2012:305) menjelaskan bahwa orang dewasa seperti mahasiswa lebih lambat dalam merespon untuk melakukan pencitraan atau pembayangan mental dan tidak secara eksplisit berusaha untuk mempertajam pencitraan atau pembayangan mental.

Nemirovsky & Noblemany (1997:1) mengatakan bahwa beberapa penelitian menunjukkan pentingnya visualisasi dan penalaran visual untuk belajar matematika. Tall (1991:2) menjelaskan bahwa bukti matematika merupakan tahap akhir dari proses. Sebelum bisa dibuktikan, harus ada gambaran tentang apakah teorema dapat dibuktikan, atau apakah teorema benar. Tahap eksplorasi ini menggunakan pemikiran matematis dengan membangun gambaran hubungan keseluruhan dan gambar tersebut bisa mendapatkan keuntungan dari visualisasi. Suharnan (2005:91) menjelaskan bahwa salah satu cara untuk meningkatkan kinerja ingatan adalah dengan menggunakan imajeri visual atau pembayangan mental. Cara ini dianggap paling efektif dibandingkan dengan cara-cara yang lain. Selain itu, visualisasi dapat digunakan untuk meningkatkan kreativitas berpikir. Suharnan (2005:113) menjelaskan bahwa imajeri atau pembayangan mental dapat digunakan untuk meningkatkan kemampuan berpikir kreatif. Sebab, kemudahan membentuk atau membayangkan kembali objek-objek atau peristiwa-peristiwa konkret merupakan suatu kemampuan intelektual yang sering dibutuhkan ketika ingin menghasilkan gagasan baru.

Pendidik sering memberikan pengetahuan sebanyak-banyaknya, sementara peserta didik tidak memahami maksud, kegunaannya, dan maknanya. Sehingga, salah satu dan yang pertama dari tujuan pelajaran matematika menurut Permendiknas No. 22 (Depdiknas, 2006) tentang standar isi, adalah: memahami konsep matematika, menjelaskan keterkaitan antar konsep dan mengaplikasikan konsep atau algoritma, secara luwes, akurat, efisien, dan tepat, dalam pemecahan masalah. Memahami merupakan hal yang penting karena mendasari

proses kognitif yang lain. Santrock (2009:150) memberikan enam kategori dimensi proses kognitif Bloom, yaitu: mengingat, memahami, menerapkan, menganalisis, mengevaluasi, dan mencipta. Memahami merupakan dasar untuk menerapkan, menganalisis, mengevaluasi, dan mencipta. Menurut Suparman (2012:135) dan Anderson & Krathwohl (2007:105), pemahaman paling banyak digunakan pada jenjang perguruan tinggi maupun jenjang dibawahnya karena jenjang pemahaman merupakan dasar yang sangat menentukan untuk mempelajari dan menguasai jenjang-jenjang taksonomi diatasnya seperti penerapan, analisis, sistesis, dan evaluasi atau bentuk yang lebih terintegrasi seperti pemecahan masalah. Oleh karena itu, dibutuhkan cara-cara yang efisien untuk memahami.

Hasil studi menunjukkan bahwa materi matematika tingkat tinggi, umumnya, dimulai dari aksioma atau definisi. Untuk meningkatkan pemahaman terhadap definisi berikutnya, diberikan contoh-contoh, lemma, teorema, dan akibat disertai dengan pembuktian secara deduktif. Beberapa mahasiswa mempunyai masalah dalam hal memahami definisi. Permasalahan tersebut harus segera dipecahkan supaya dapat belajar pada tahap berikutnya. Suharnan (2005:281) mengatakan bahwa agar diperoleh suatu pemecahan masalah yang benar, seseorang harus terlebih dahulu memahami dan mengenali gambaran pokok persoalan secara jelas. Memahami definisi merupakan bagian awal dan sangat penting. Definisi yang dibentuk pada taraf formal disebut definisi formal. Suharnan (2005:147) menjelaskan bahwa konsep atau definisi pada taraf formal diperoleh ketika individu mencapai taraf formal; yaitu: dapat memberi nama suatu konsep baik nama intrinsiknya maupun atribut-atribut yang dapat diterima, secara tepat dapat memberi contoh-contoh objek yang memiliki atribut-atribut tersebut, dan dapat menyatakan alasan yang menjadi dasar dari pendefinisian. Suatu definisi dikatakan definisi formal jika menggunakan simbol, istilah, atau atribut matematis untuk menjelaskan konsep. Jika suatu definisi belum menggunakan simbol atau istilah matematis, maka belum bisa disebut definisi formal.

Beberapa ganjalan mental dapat menghalangi individu dalam memahami definisi formal. Suharnan (2005:316-319) menjelaskan tiga ganjalan mental yang dapat menghalangi dalam proses pemecahan masalah untuk memahami definisi; yaitu keterpakuan fungsional (*functional fixedness*), keajegan mental (*mental set*), dan penambahan bingkai perseptual (*per-*

ceptual added frame). Keterpakuan fungsional dalam memahami definisi formal merupakan kecenderungan untuk beranggapan bahwa fungsi dan kegunaan definisi adalah tetap sesuai rancangan dan keinginan pembuat. Keajegan mental menunjukkan pada kecenderungan untuk mempertahankan aktivitas mental secara berulang-ulang. Penambahan bingkai perseptual terjadi ketika individu seolah-olah melihat bingkai tersamar sehingga membatasi gerak-langkah dalam memahami definisi formal. Perkembangan kognitif dapat mempengaruhi individu dalam memahami definisi formal. Tall (1994:1, 1995a:3) menjelaskan bahwa perkembangan kognitif untuk membangun atau memahami matematika tingkat formal dari tahap enaktif, dapat dibangun melalui visual-platonik maupun numerik-simbolik. Untuk memperjelas, Tall (2005a:3) mengembangkan bahwa Berpikir matematis melibatkan tiga dunia pemikiran matematika yang terhubung, yaitu: 1) berdasarkan objek konsep yang mengikuti (*conceptual-embodied world*) yang didasarkan pada makna hasil pengamatan, pendeskripsian, pendefinisian, dan penurunan sifat-sifat secara deduktif yang dibangun dari pengalaman berpikir ke pembuktian Euclide (berkaitan dengan gambar/visual); 2) berdasarkan aksi penggunaan simbol-simbol (*proceptual-symbolic world*) yang diperoleh dari skema-aksi menjadi terpikirkan operasi konsep gabungan proses dan konsep (*procept*); dan 3) berdasarkan sifat formal dan aksiomatik (*formal-axiomatic world*) yang lebih fokus pada pengembangan sistem aksiomatik berdasarkan pada definisi formal dan pembuktian himpunan-teoritis. Tugas atau bentuk definisi dapat mempengaruhi individu dalam memahami definisi formal. Suharnan (2005: 148) mengatakan bahwa tugas atau definisi dapat mempengaruhi individu dalam belajar konsep atau memahami definisi. Faktor dari tugas atau definisi meliputi ruang lingkup, simbol-simbol, istilah-istilah, proposisi-proposisi, dan contoh-contoh yang ada. Simbol-simbol dan istilah-istilah yang telah dikenal memberikan kemudahan untuk mengenali definisi, simbol-simbol dan istilah-istilah yang belum dikenal memberikan kesulitan untuk mengenali definisi. Simbol-simbol dan istilah-istilah pada definisi merupakan atribut-atribut definisi yang saling berhubungan yang disajikan dalam bentuk proposisi yang jelas sehingga bermakna dan membentuk atau menjelaskan konsep dari definisi. Karakteristik definisi dapat mempengaruhi pemrosesan pembayangan mental individu dalam memahami definisi formal. Faktor individu dapat mempengaruhi dalam memahami

definisi formal. Suharnan (2005:152) mengatakan bahwa perbedaan individu dapat mempengaruhi individu dalam belajar konsep atau memahami definisi. Faktor dari individu yang dapat mempengaruhi dalam memahami meliputi pengetahuan, usia, intelegensi, pengalaman, dan gender. Usia berkenaan dengan kematangan psikologis individu memproses informasi. Semakin tinggi usia atau kematangan individu, maka semakin matang individu tersebut untuk memproses informasi visual. Intelegensi berkenaan dengan kemampuan atau kecakapan individu memproses informasi. Semakin tinggi intelegensi individu, maka semakin cakap individu tersebut memproses informasi. Karakteristik individu perlu diperhatikan karena dapat mempengaruhi pemrosesan pembayangan mental atau berpikir visual dalam memahami definisi formal. Santrock (2009:352) menegaskan bahwa faktor biologis maupun pengalaman berkontribusi dalam pertumbuhan sumber kognitif. Sumber kognitif yang dimaksud adalah kapasitas dan kecepatan pemrosesan informasi. Faktor biologis berkenaan dengan gender. Perbedaan gender muncul karena adanya perbedaan tuntutan masyarakat terhadap individu. Tuntutan masyarakat dapat mempengaruhi pengetahuan individu. Pengetahuan berkenaan dengan kekayaan atau kemudahan individu untuk memperoleh informasi untuk diproses lebih lanjut. Semakin banyak pengetahuan visual individu, maka semakin mudah individu untuk memperoleh informasi visual. Pengalaman berkenaan dengan frekuensi atau kecepatan individu memproses informasi. Semakin banyak pengalaman individu memproses informasi visual, maka semakin cepat individu memproses informasi visual.

Perbedaan gender dapat mempengaruhi pemrosesan pembayangan mental untuk berpikir visual dalam memahami definisi formal. Jensen (2008:147) menjelaskan bahwa perbedaan fisik antara otak laki-laki dan perempuan dapat menjadi faktor yang membedakan perilaku, perkembangan, dan pemrosesan kognitif. Jensen (2008:149) dan Santrock (2009:222-223) menuliskan bahwa anak laki-laki melebihi anak perempuan dalam tugas-tugas spasial, dan anak perempuan melebihi anak laki-laki dalam ketrampilan verbal dan membaca pada awal-awal kehidupan mereka.

Tahapan atau kegiatan memahami suatu definisi dapat berbeda dengan memahami sekumpulan definisi. Studi awal untuk mendapatkan profil berpikir mahasiswa calon guru matematika dalam memahami definisi formal

barisan konvergen berdasarkan gender dilakukan melalui tiga tahapan pengumpulan data. Tahap pertama untuk mengetahui profil berpikir visual dalam memahami satu definisi dengan sembilan topik dan empat tipe atau total 36 tugas. Tahap kedua untuk mengetahui profil berpikir visual dalam memahami sekelompok definisi setipe beda topik atau total 12 tugas. Tahap ketiga untuk mengetahui profil berpikir visual dalam memahami sekelompok definisi dengan sembilan tipe satu topik atau total 9 tugas. Hasil studi menunjukkan bahwa mahasiswa laki-laki maupun perempuan memahami definisi-definisi formal barisan bilangan real dengan beberapa tahapan, yaitu: mengenali, memvisualisasi (membayangkan, memperlihatkan, memperdalam), dan menyimpulkan. Cakupan penelitian ini dinilai terlalu luas, kurang tajam, dan kurang valid sehingga perlu lebih fokus pada salah satu definisi, yaitu: definisi formal barisan konvergen.

Goldberg (1976:33), Bartle & Sherbet (1982:72), dan Wasan & Prakash (hal:22) mendefinisikan barisan konvergen. Berdasarkan definisi-definisi barisan konvergen tersebut, diperoleh suatu definisi formal barisan konvergen sebagai berikut.

Barisan $\{a_n\}_{(n \geq 1)}$ dikatakan konvergen jika dan hanya jika terdapat $a \in \mathbb{R}$ sehingga untuk setiap $\epsilon > 0$ terdapat $n_0 \in \mathbb{N}$ sehingga untuk $n > n_0$ berlaku $|a_n - a| < \epsilon$

Tiap buku acuan dapat mempunyai cara penyajian, notasi, simbol, dan istilah yang berbeda. Berdasarkan studi awal terhadap materi diperoleh kesimpulan bahwa memahami konsep atau definisi formal barisan konvergen penting untuk mempelajari konsep atau definisi lain, seperti: barisan Cauchy, barisan menyusut, barisan terbatas di atas, terbatas di bawah, dan terbatas, barisan divergen, divergen ke $+\infty$, dan divergen ke $-\infty$, konsep limit, dan kekontinuan fungsi. Selain itu, tidak kalah pentingnya adalah kebermaknaan. Jensen (2008:436) menjelaskan bahwa pembelajaran yang autentik dan bermakna menuntut pada siswa untuk memproses informasi dengan caranya sendiri.

Pertanyaan untuk penelitian ini adalah bagaimanakah profil berpikir visual mahasiswa calon guru matematika dalam memahami definisi formal barisan konvergen berdasarkan perbedaan gender. Untuk lebih rinciannya, pertanyaan dari penelitian ini dapat diuraikan menjadi bagaimana profil berpikir visual mahasiswa laki-laki calon guru matematika dalam memahami definisi formal barisan

konvergen dan bagaimana profil berpikir visual mahasiswa perempuan calon guru matematika dalam memahami definisi formal barisan konvergen. Tujuan penelitian ini adalah untuk mendapatkan tahapan pemrosesan informasi dan untuk mendapatkan tahapan pemrosesan pembayangan mental serta untuk mendapatkan tingkatan pemrosesan pembayangan mental mahasiswa laki-laki dan perempuan calon guru matematika dalam memahami definisi formal barisan konvergen.

Profil adalah deskripsi atau gambaran tentang sesuatu. Berpikir berarti pemrosesan informasi dalam pikiran untuk tujuan tertentu. Berpikir visual adalah pemrosesan pembayangan mental dalam pikiran untuk tujuan tertentu. Pembayangan mental merupakan representasi mental yang dapat disajikan dalam bentuk gambar/grafik, ungkapan lisan, dan gerakan anggota badan dengan indikator sebagai berikut: 1) Terdapat kegiatan memunculkan pembayangan mental yaitu kegiatan dengan aktivitas mengingat atau membuat pembayangan mental. Terdapat kegiatan menentukan pembayangan mental yaitu kegiatan dengan aktivitas mengumpulkan dan memilih pembayangan mental; 2) Terdapat kegiatan menyempurnakan pembayangan mental yaitu kegiatan dengan aktivitas membenarkan atau melengkapi pembayangan mental. Terdapat kegiatan memanfaatkan pembayangan mental yaitu kegiatan dengan aktivitas menggunakan atau merepresentasikan pembayangan mental. Indikator adanya kegiatan-kegiatan atau aktivitas-aktivitas pemrosesan pembayangan diperoleh dari wawancara yang mendalam.

Definisi adalah suatu pernyataan yang membatasi konsep. Konsep merupakan ide abstrak untuk mengklasifikasikan objek. Definisi formal barisan konvergen adalah definisi yang menggunakan atribut-atribut matematis untuk menjelaskan konsep barisan konvergen. Memahami adalah usaha individu membentuk pengetahuan baru atau pengetahuan yang lebih bermakna. Memahami definisi formal barisan konvergen adalah serangkaian tahapan atau kegiatan pemrosesan informasi untuk membentuk pengetahuan baru atau pengetahuan yang lebih bermakna tentang definisi formal barisan konvergen dengan indikator sebagai berikut: 1) Terdapat kegiatan mengenali yaitu kegiatan dengan aktivitas membuat ringkasan atau rangkuman dan menjabarkan yang perlu dijabarkan; 2) Terdapat kegiatan membayangkan yaitu kegiatan memunculkan, mengolah, dan memanfaatkan pembayangan mental; 3) Terdapat kegiatan

memperlihatkan gambaran definisi yaitu kegiatan dengan aktivitas menentukan rumus sebagai contoh, mendaftar atau membuat tabel bantu, dan mengplotkan; 4) Terdapat kegiatan memperlihatkan atribut definisi yaitu kegiatan dengan aktivitas menentukan nilai dan merepresentasikannya pada gambar/grafik; 5) Terdapat kegiatan menyimpulkan yaitu kegiatan dengan aktivitas memperhatikan bagian tertentu, mencocokkan dengan pengetahuan yang telah dimiliki, dan membentuk kesimpulan Indikator-indikator pemrosesan informasi diperoleh dari respon, aktivitas, atau kegiatan selama wawancara dalam memahami definisi formal barisan konvergen.

Tingkatan pemrosesan pembayangan mental mengacu pada kedalaman pemrosesan pembayangan mental. Tingkatan pemrosesan pembayangan mental dapat dikategorikan menjadi: sangat sederhana, sederhana, dan tidak sederhana. Tingkatan pemrosesan pembayangan mental dikatakan sangat sederhana jika diperlukan sedikit aktivitas pada tahap mengolah pembayangan mental sehingga individu cenderung tidak menyadari. Tingkatan pemrosesan pembayangan mental dikatakan sederhana jika diperlukan beberapa aktivitas pada tahap mengolah pembayangan mental sehingga individu cenderung kadang menyadari atau tidak menyadari. Tingkatan pemrosesan pembayangan mental dikatakan tidak sederhana jika diperlukan banyak aktivitas pada tahap mengolah pembayangan mental sehingga individu cenderung menyadari. Indikator tingkatan pemrosesan pembayangan mental sangat relatif tergantung pada tingkat kesadaran dan kemampuan individu.

2. METODE PENELITIAN

Pada penelitian ini digunakan penelitian deskriptif-eksploratif dengan pendekatan kualitatif. Untuk mendapatkan kedalaman informasi, dipilih satu mahasiswa laki-laki sebagai subjek penelitian. Mahasiswa diambil dari program studi pendidikan matematika FP MIPA IKIP PGRI Madiun semester genap tahun akademik 2012/2013 dengan kriteria: baru mengambil matakuliah analisis real, mempunyai IPK di atas 2,75, nilai kalkulus dan pengantar dasar matematika minimal B, komunikatif dan bersedia menjadi subjek penelitian.

Instrumen utama pada penelitian ini adalah peneliti sendiri. Peneliti dituntut untuk memiliki sifat responsif, adaptif, dan holistik, sadar pada konteks tak terucapkan, dan mampu segera memproses, mengklarifikasi, meringkas, menjabarkan dan memahami jawaban. Instrumen

pendukung penelitian ini adalah pedoman wawancara berbasis tugas. Wawancara ditujukan untuk mengetahui profil berpikir visual subjek dalam memahami definisi formal barisan konvergen dalam tugas. Tugas diberikan dengan menggunakan lembar tugas. Lembar tugas berisi definisi formal barisan konvergen yang telah divalidasi oleh pakar.

Pengumpulan data dilakukan secara alami dengan wawancara berbasis tugas. Wawancara dilakukan secara mendalam dengan format semi-terstruktur. Format ini dipilih untuk mengetahui kejujuran dan keterbukaan subjek dalam menyampaikan informasi. Subjek yang sedang diwawancarai diberi kebebasan untuk mengikuti kecenderungan pikiran mereka sendiri termasuk dalam menentukan arah topik pembicaraan sehingga membentuk fokus pembicaraan. Semua aktivitas wawancara direkam dengan handycam untuk penyusunan transkrip data.

Data-data hasil wawancara selanjutnya ditriangulasi dan divalidasi sehingga diperoleh data yang sah dan valid. Keabsahan data pada penelitian ini lebih ditekankan pada uji validitas internal atau uji kredibilitas yang diperoleh dari memperpanjang pengamatan, meningkatkan ketekunan, triangulasi, analisis kasus negatif, dan membercheck. Sementara uji validitas eksternal atau uji transferabiliti, uji reliabilitas atau uji kebergantungan, dan uji objektivitas atau uji konfirmabilitas dinilai oleh validator. Jika data belum valid, maka perlu dilakukan wawancara kembali dan data-data yang ada selanjutnya ditriangulasi dan divalidasi kembali. Demikian, sampai diperoleh data yang valid. Langkah-langkah analisis data meliputi: reduksi, kategorisasi, sintesisasi, dan penarikan kesimpulan.

3. HASIL DAN PEMBAHASAN

1. Aktivitas-aktivitas subjek laki-laki

Setelah membaca definisi, subjek laki-laki membuat rumus barisan umum dengan memperhatikan petunjuk, memperhatikan pada notasi barisan yang diberikan, dan menuliskan kembali rumus barisan umum tersebut sebagai berikut.

$$\{a_n\}_{n \geq 1} = a_n$$

Subjek menjelaskan bahwa aktivitas ini dilakukan untuk membuat gambaran umum dan sangat penting sebagai dasar gambar khusus. Subjek mengatakan bahwa jika tidak melakukan aktivitas ini akan mengalami kesulitan membuat gambaran umum barisan konvergen. Aktivitas ini

cenderung dipertahankan untuk mendapatkan gambaran umum barisan konvergen.

Setelah membuat rumus barisan umum, subjek laki-laki membuat tabel bantu dengan membuat tempat tabel bantu, mensubstitusikan anggota domain, dan melanjutkan substitusi sehingga diperoleh tabel bantu sebagai berikut.

a_n	a_1	a_2	a_3	...
n	1	2	3	...

Subjek menjelaskan bahwa aktivitas ini dilakukan untuk mempermudah mencari, mendaftar anggota, dan menggambarkan barisan umum. Subjek menilai aktivitas ini cukup penting karena sangat membantu dalam menggambar dan melihat tanpa mencari lagi. Tabel bantu barisan umum membantu subjek mendapatkan gambaran umum barisan konvergen. Aktivitas ini cenderung dipertahankan untuk mendapatkan gambaran umum.

Setelah membuat tabel bantu, subjek laki-laki meringkas definisi dengan memperhatikan bagian-bagian definisi, menyajikan tiap bagian definisi dalam bentuk lambang atau notasi matematika, dan merangkai menjadi ringkasan definisi sebagai berikut.

konvergen ke a .

$\forall \epsilon > 0, \exists a \in \mathbb{R}$ dan

$$n_0(\epsilon) \in \mathbb{N} \Rightarrow n \geq n_0(\epsilon) \rightarrow |a_n - a| < \epsilon.$$

Subjek menjelaskan bahwa aktivitas ini dilakukan untuk meringkas definisi. Subjek menilai aktivitas ini cukup penting karena ringkasan nilainya sama dengan definisi. Aktivitas ini cenderung dipertahankan untuk mengenali definisi.

Setelah meringkas definisi, subjek laki-laki menjabarkan bagian definisi yang perlu dijabarkan dengan memperhatikan bagian-bagian ringkasan, mencari bagian ringkasan yang belum jelas sehingga perlu dijabarkan, mengoperasikan atau menjabarkan bagian tersebut sebagai berikut.

$$|a_n - a| < \epsilon$$

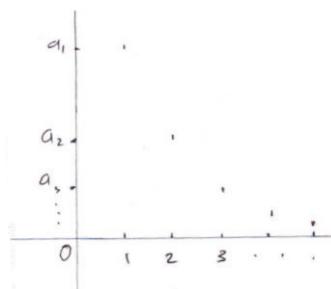
$$-\epsilon < a_n - a < \epsilon$$

$$-\epsilon + a < a_n < \epsilon + a$$

Subjek menjelaskan bahwa aktivitas ini dilakukan untuk memperjelas dan mengetahui maksudnya. Subjek menilai aktivitas ini sangat penting untuk mengerti syaratnya. Aktivitas ini

cenderung dipertahankan untuk mengenali definisi.

Setelah menjabarkan, subjek laki-laki menggambarkan gambaran umum dengan mengingat tentang konvergen, membayangkan bentuk umum barisan konvergen, membuat sumbu koordinat dan mengplotkan anggota barisan umum sebagai berikut.



Subjek menjelaskan bahwa aktivitas ini dilakukan untuk menggambar, mencari, dan petunjuk membuat contoh khusus. Subjek menilai aktivitas ini penting sebagai dasar dalam mencari fungsi khusus. Reperesentasi gambaran umum barisan barisan konvergen membantu subjek mengingat gambaran umum barisan konvergen. Aktivitas ini cenderung dipertahankan untuk mendapatkan gambaran umum definisi.

Setelah membuat gambaran umum, subjek laki-laki membuat rumus barisan khusus dengan memperhatikan gambaran barisan umum, membayangkan fungsinya, dan mempertimbangkan dan menentukan rumus barisan khusus sebagai berikut.

$$\{a_n\}_{n \geq 1} = \frac{1}{n}$$

Subjek menjelaskan bahwa aktivitas ini dilakukan untuk memperlihatkan bahwa gambaran umum merupakan barisan konvergen. Subjek menilai aktivitas ini sangat penting. Aktivitas ini cenderung dipertahankan untuk memperlihatkan gambaran definisi.

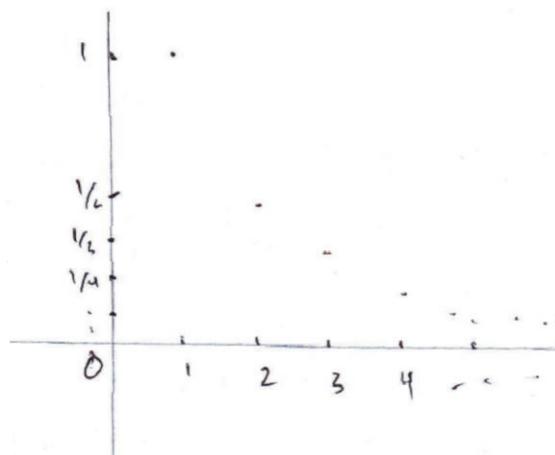
Setelah membuat rumus contoh barisan khusus, subjek laki-laki membuat tabel bantu dengan membuat tempat tabel bantu, mensubstitusikan anggota domain, dan melanjutkan substitusi sehingga diperoleh tabel bantu sebagai berikut.

a_n	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$...
n	1	2	3	...

Subjek menjelaskan bahwa aktivitas ini dilakukan untuk contoh barisan khusus untuk lebih mudah menggambarkan grafiknya. Subjek menilai aktivitas ini penting. Tabel bantu mem-

bantu subjek memperlihatkan gambaran barisan konvergen. Aktivitas ini cenderung dipertahankan untuk memperlihatkan gambaran definisi.

Setelah membuat tabel bantu, subjek laki-laki mengplotkan dengan memperhatikan tabel bantu yaitu anggota barisan, mengplotkan sesuai urutan dan pasangan, dan melakukan secara berulang sehingga diperoleh plot barisan. Subjek merepresentasikan plot barisan khusus yang diperoleh sebagai berikut.



Subjek menjelaskan bahwa aktivitas ini dilakukan untuk menentukan a , dan n_0 . Subjek menilai aktivitas ini sangat penting sebagai dasar untuk menentukan a , dan n_0 sesuai tujuan untuk mengetahui kekonvergenan suatu fungsi atau barisan. Plot barisan khusus membantu subjek memperlihatkan gambaran barisan konvergen. Aktivitas ini cenderung dipertahankan untuk memperlihatkan gambaran definisi.

Setelah mengplot, subjek laki-laki menentukan nilai a dengan memperhatikan plot barisan pada gambar/grafik, membayangkan kelanjutan plot barisan, dan menentukan nilai a sebagai berikut.

$$a = 0$$

Setelah menentukan nilai a , subjek menentukan nilai ϵ dengan memperhatikan atribut pada ringkasan/definisi, mempertimbangkan atau membayangkan nilai-nilai yang mungkin, dan menentukan nilai ϵ sebagai berikut.

$$\epsilon = 1$$

Setelah menentukan nilai ϵ , subjek menentukan nilai n_0 dengan memperhatikan nilai a dan ϵ , mensubstitusikan ke hasil penjabaran, kemudian menentukan nilai n_0 sebagai berikut.

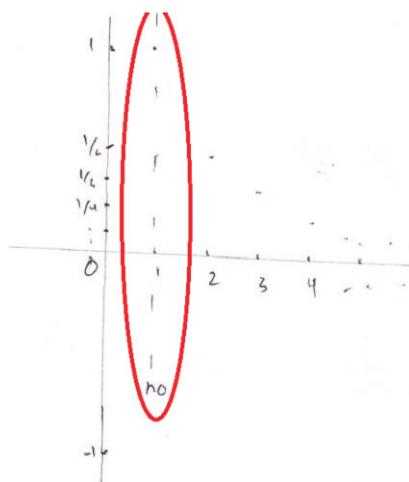
$$-\epsilon + a < a_n < \epsilon + a$$

$$-1 + 0 < a_n < 1 + 0$$

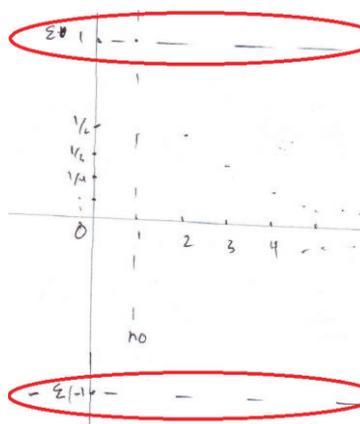
$$-1 < a_n < 1 \rightarrow n_0(\epsilon) = 1$$

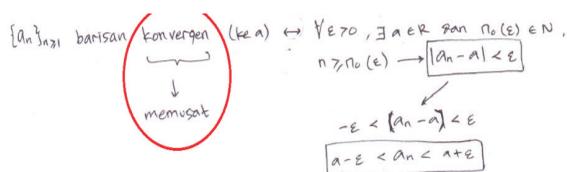
Subjek menjelaskan bahwa aktivitas ini dilakukan untuk mengetahui kekonvergenan barisan khusus berdasarkan a , dan n_0 . Subjek menilai aktivitas ini sangat penting karena untuk mengetahui kekonvergenan barisan berdasarkan a , dan n_0 . Nilai a , dan n_0 merupakan nilai-nilai untuk atribut definisi. Aktivitas ini cenderung dipertahankan untuk memperlihatkan atribut-atribut definisi.

Setelah menentukan nilai n_0 , subjek laki-laki menggambar garis n_0 dengan memperhatikan nilai n_0 , memperhatikan gambar/grafik khusus, dan menggambarkan garis n_0 sebagai berikut.



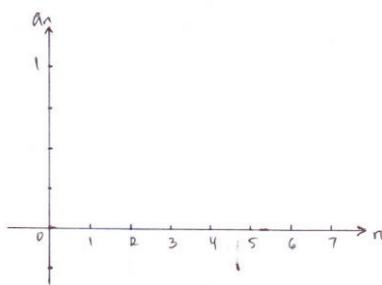
Setelah menggambar garis n_0 , subjek menggambar garis ϵ dengan memperhatikan nilai ϵ , memperhatikan gambar/grafik khusus, dan menggambarkan garis ϵ sebagai berikut.





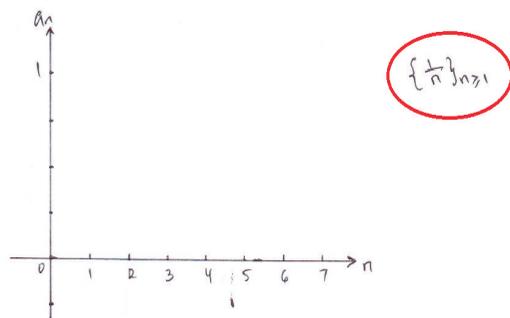
Aktivitas ini dinilai sangat penting oleh subjek supaya dapat melanjutkan ke tahap berikutnya. Jika aktivitas ini tidak dilakukan, subjek mengalami kesulitan menggambarkan atau bahkan akan berhenti sampai penjabaran kata kunci. Aktivitas ini cenderung dipertahankan dalam membayangkan.

Setelah mengingat tentang konvergen, subjek perempuan membuat sumbu koordinat dengan memperhatikan bayangan tentang konvergen, mencoba memunculkan gambaran untuk contoh dengan menggambarkan sumbu koordinat seperti berikut.



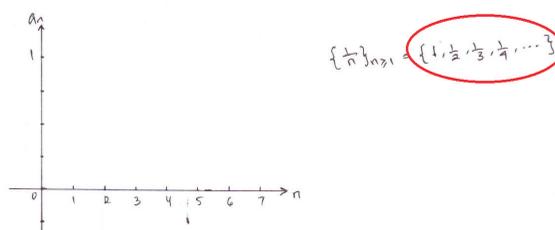
Aktivitas ini dinilai berguna untuk merangsang pemikiran sehingga dapat memunculkan pembayangan mental. Aktivitas ini cenderung dipertahankan untuk membayangkan.

Setelah membuat sumbu koordinat, subjek perempuan membuat contoh barisan dengan membayangkan beberapa grafik beserta fungsinya, memilih pembayangan mental yang sesuai dengan bayangan barisan konvergen, dan merepresentasikan rumus barisan sebagai berikut.



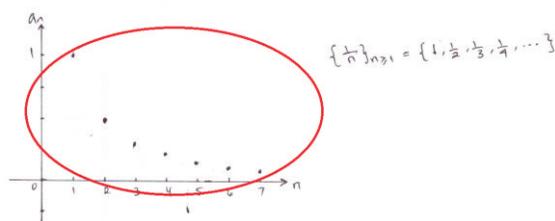
Aktivitas ini dinilai penting sekali oleh subjek untuk mengambil atau memvisualisasikan atribut $a, n_0(\epsilon)$ sesuai definisi. Aktivitas ini cenderung dipertahankan untuk memperlihatkan gambaran definisi.

Setelah membuat contoh barisan, subjek perempuan mendaftar anggota barisannya dengan memperhatikan rumus contoh barisan, mensubstitusikan tiap anggota domain secara berurutan pada rumus contoh barisan sehingga diperoleh daftar anggota barisannya sebagai berikut



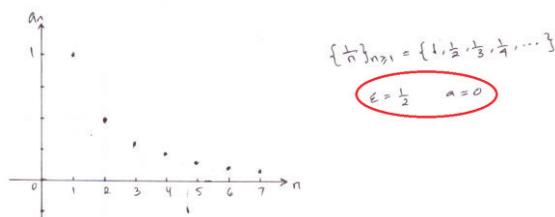
Aktivitas ini bisa hanya dipikirkan untuk mempermudah mengplotkan. Jika tidak melakukan aktivitas ini, subjek kesulitan untuk mengplotkan. Aktivitas ini cenderung dipertahankan untuk memperlihatkan gambaran definisi.

Setelah mendaftar anggota barisan, kemudian subjek perempuan mengplot anggota barisan dengan memperhatikan daftar anggota barisan, menyajikan dalam bentuk plot, melanjutkan plot titik-titik secara berurutan sesuai pasangan sebagai berikut.



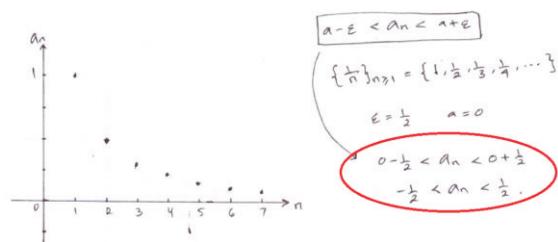
Aktivitas ini dinilai sangat penting oleh subjek untuk mengetahui gambar/grafik dari barisan yang telah dibuat sehingga dapat menerapkan nilai-nilai $a, n_0(\epsilon)$. Aktivitas ini cenderung dipertahankan untuk memperlihatkan gambaran definisi.

Setelah mengplot anggota barisan, subjek menentukan nilai a dengan memperhatikan atribut pada rangkuman/definisi dan gambar/grafik, mempertimbangkan nilai ϵ , sehingga dapat menemukan nilai a sebagai berikut.



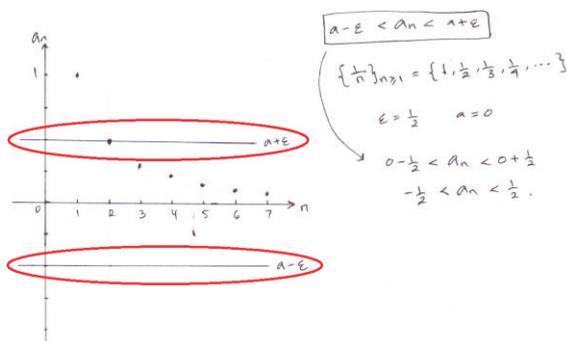
Aktivitas ini dinilai penting sekali oleh subjek untuk memahami definisi. Notasi ϵ dan a terdapat pada definisi. Setelah mengetahui adanya notasi ϵ dan a pada definisi, subjek mengaplikasikan dengan memberi nilai ϵ dan a . Aktivitas ini cenderung dipertahankan untuk memperlihatkan gambaran definisi.

Setelah menentukan nilai ϵ dan a , subjek perempuan menjabarkannya dengan memperhatikan nilai ϵ dan a , mensubstitusikan nilai ϵ dan a pada hasil penjabaran kata kunci, sehingga diperoleh hasil penjabaran sebagai berikut.



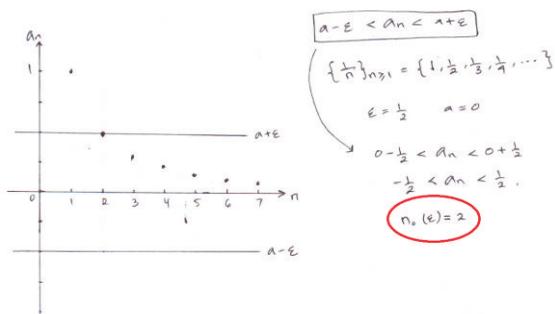
Aktivitas ini dinilai berguna oleh subjek untuk menemukan nilai $a - \epsilon$ dan $a + \epsilon$. Aktivitas ini cenderung dipertahankan untuk memperlihatkan atribut definisi.

Setelah menjabarkan nilai ϵ dan a , subjek perempuan memberi garis $a \pm \epsilon$ pada gambar dengan memperhatikan nilai $a - \epsilon$, $a + \epsilon$, serta gambar/grafik, merepresentasikan dalam bentuk garis horisontal sebagai berikut.



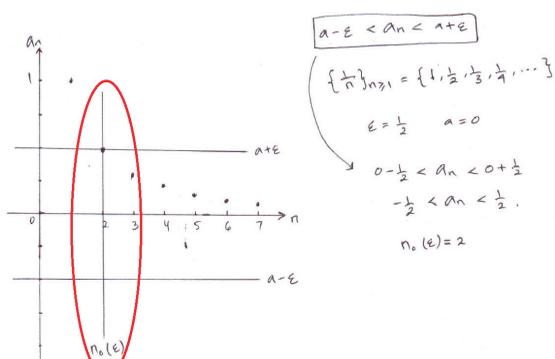
Aktivitas ini dinilai penting sekali oleh subjek untuk mengetahui visualisasi $a - \epsilon$ dan $a + \epsilon$ pada gambar/grafik. Jika aktivitas ini tidak dilakukan, maka tidak akan diperoleh visualisasi dari garis $a - \epsilon$ dan $a + \epsilon$. Aktivitas ini cenderung dipertahankan untuk memperlihatkan atribut definisi.

Setelah memberi garis $a \pm \epsilon$, subjek menentukan nilai $n_0(\epsilon)$ dengan memperhatikan garis $a \pm \epsilon$ pada gambar/grafik dan juga memperhatikan atribut $n_0(\epsilon)$ pada rangkuman/definisi, mempertimbangkan yang paling 'dekat'. menentukan nilai $n_0(\epsilon)$. sebagai berikut.



Aktivitas ini dinilai berguna oleh subjek untuk memahami atribut $n_0(\epsilon)$. Aktivitas ini cenderung dipertahankan untuk memperlihatkan atribut definisi.

Setelah menentukan nilai $n_0(\epsilon)$, subjek perempuan memberi garis $n_0(\epsilon)$ dengan memperhatikan nilai $n_0(\epsilon)$, membayangkan nilai-nilai $n_0(\epsilon)$ yang bisa diambil untuk menentukan nilai $n_0(\epsilon)$, dan merepresentasikan garis $n_0(\epsilon)$ sebagai berikut.



Aktivitas ini dinilai penting sekali oleh subjek agar tahu hubungan antara $n_0(\epsilon)$ dengan a dan ϵ . Aktivitas ini cenderung dipertahankan untuk memperlihatkan atribut definisi.

Setelah memberi garis $n_0(\epsilon)$, subjek perempuan menyimpulkan. Untuk membuat simpulan pertama, subjek memperhatikan catatan pada rangkuman bahwa konvergen itu memusat, mencocokkan dengan pemahaman visualnya, dan merepresentasikan dalam bentuk tulisan sebagai berikut.

• Simpulan : • Barisan konvergen memusat

Untuk membuat simpulan kedua, subjek memperhatikan rumus barisan umum dan hasil penjabaran kata kunci, mencocokkan dengan pemahaman, dan menyajikan dalam bentuk tulisan sebagai berikut.

• Barisan $\{a_n\}_{n>1}$ disebut konvergen jika $a - \epsilon < a_n < a + \epsilon$

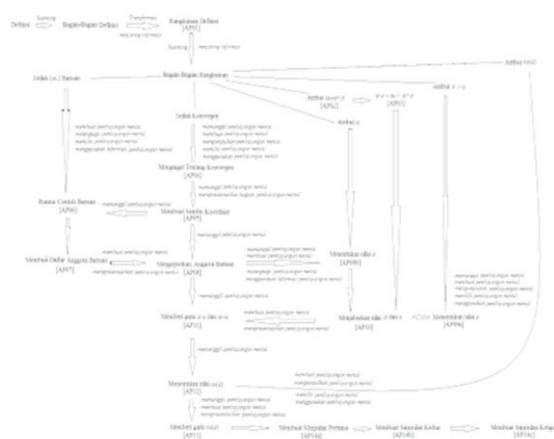
Untuk membuat simpulan ketiga, subjek memperhatikan contoh barisan yang telah dibuat

$\{1/n\}_n$, mencocokkan dengan pemahamannya, dan merepresentasikan dalam bentuk tulisan sebagai berikut.

• $\{1/n\}_{n \geq 1}$ merupakan barisan konvergen karena memenuhi definisi.

Aktivitas ini dinilai berguna oleh subjek untuk memperjelas kembali terhadap yang sudah dilakukan. Aktivitas ini dilakukan untuk mengambil pelajaran dari yang sudah dikerjakan. Aktivitas ini cenderung dipertahankan untuk menyatakan pemahaman.

Skema aktivitas-aktivitas subjek perempuan dalam memahami definisi formal barisan konvergen sebagai berikut.



Gambar 2 Skema Aktivitas Subjek Perempuan Dalam Memahami

Aktivitas-aktivitas subjek perempuan dalam memahami dapat dikategorikan dalam beberapa kegiatan, yaitu: mengenali, membayangkan, memperlihatkan gambaran definisi, memperlihatkan gambaran atribut definisi, dan menyimpulkan.

3. Pemrosesan Informasi pada tahap mengenali

Tahap pertama untuk memahami adalah mengenali. Input tahap ini adalah informasi dari definisi, tugas, atau petunjuk yang diberikan. Output pemrosesan informasi pada tahap ini adalah input-input visual. Pada tahap ini terjadi pemindaian, transformasi, dan manipulasi informasi. Pemindaian informasi dilakukan untuk menjarung informasi-informasi yang penting dari definisi, tugas, atau petunjuk yang diberikan. Pemindaian informasi dapat dilakukan secara berulang-ulang sesuai kemampuan individu mengenali. Manipulasi informasi dilakukan untuk mendapatkan informasi yang lebih bermakna. Transformasi informasi dilaku-

kan untuk menyimpan informasi-informasi yang diperoleh sehingga perlu direpresentasikan dalam bentuk tulisan atau gambar/grafik.

4. Pemrosesan informasi pada tahap membayangkan

Setelah mengenali, subjek laki-laki maupun perempuan membayangkan. Input tahap ini adalah input visual istilah konvergen. Output tahap ini adalah pembayangan mental yang dapat direpresentasikan dalam bentuk gambaran umum atau bagiannya. Penjarangan informasi dilakukan untuk mendapatkan input visual sehingga dapat membayangkan. Transformasi informasi terjadi dari input visual istilah konvergen menjadi pembayangan mental barisan konvergen. Transformasi informasi dari pembayangan mental menjadi gambar/grafik atau bagiannya dilakukan untuk memperlihatkan atau memperjelas pembayangan mental.

5. Pemrosesan informasi pada tahap memperlihatkan gambaran definisi

Setelah membayangkan, subjek laki-laki maupun subjek perempuan memperlihatkan contoh gambaran definisi. Pemindaian informasi dilakukan untuk mendapatkan input-input visual yang dibutuhkan sehingga dapat memperlihatkan gambaran definisi. Transformasi informasi dari input visual menjadi pembayangan mental dilakukan untuk memunculkan pembayangan mental dalam pikiran. Transformasi informasi dari pembayangan mental menjadi gambar/grafik dilakukan untuk memperlihatkan gambaran definisi. Input tahap ini adalah input visual dan pembayangan mental. Hasil tahap ini adalah gambaran definisi.

6. Pemrosesan informasi pada tahap memperlihatkan atribut definisi

Setelah memperlihatkan gambaran definisi, subjek laki-laki maupun perempuan memperlihatkan hubungan atribut definisi. Input tahap ini adalah input-input visual, yaitu: a , n_0 (ϵ) dan gambaran barisan konvergen. Output tahap ini adalah gambaran dan hubungan antar atribut-atribut definisi. Pemindaian dilakukan untuk mendapatkan input-input visual. Manipulasi informasi dilakukan untuk mendapatkan informasi yang lebih bermakna. Transformasi informasi non visual menjadi visual dilakukan untuk mendapatkan pembayangan mental. Transformasi informasi visual menjadi non visual dilakukan untuk mendapatkan informasi yang dibutuhkan, seperti: untuk menentukan

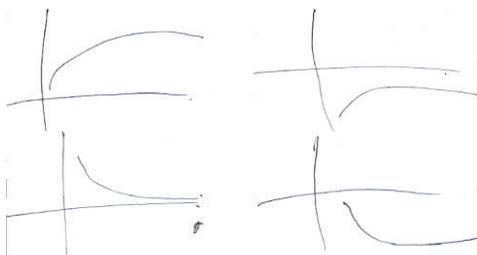
nilai a dari gambar/grafik atau pembayangan mental plot barisan.

7. Pemrosesan informasi pada tahap menyimpulkan

Tahap terakhir untuk memahami adalah menyimpulkan. Tiap individu dapat merepresentasikan aktivitas pemrosesan informasi pada tahap menyimpulkan dengan cara berbeda. Input tahap ini adalah pengetahuan baru hasil aktivitas-aktivitas sebelumnya. Hasil tahap ini adalah kesimpulan yang dapat direpresentasikan dalam bentuk lisan atau tulisan. Pemindaian informasi dilakukan untuk mendapatkan informasi yang menarik perhatian. Asimilasi dan akomodasi dilakukan untuk mencocokkan informasi yang menarik perhatian dengan pengetahuan yang sudah dimiliki. Transformasi informasi dari pengetahuan yang diperoleh dalam bentuk respon dilakukan untuk memperjelas kesimpulan secara lisan atau tulisan.

8. Pemrosesan informasi pada tahap memunculkan pembayangan mental

Tahap pertama pemrosesan pembayangan mental adalah memunculkan pembayangan mental. Tahap memunculkan pembayangan mental dilakukan dengan aktivitas memanggil pembayangan mental atau membuat pembayangan mental. Representasi pembayangan mental hasil tahap ini dapat disajikan sebagai berikut.



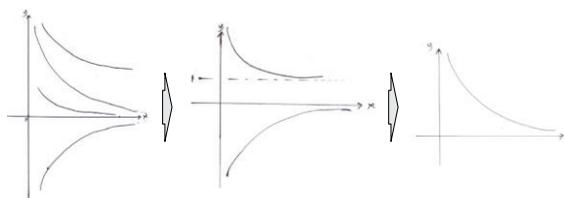
Gambar 3 Representasi Hasil Tahap Memunculkan Pembayangan Mental

Input tahap ini adalah suatu input visual hasil pemindaian informasi dari ringkasan atau rangkuman. Output tahap ini adalah (prototipe) pembayangan mental. Tahap ini penting untuk mendapatkan pembayangan mental. Tahap ini dilakukan dengan mengingat pembayangan mental dan membuat pembayangan mental. Input aktivitas mengingat pembayangan mental dan membuat pembayangan mental adalah input-input visual. Output aktivitas mengingat pembayangan mental dan membuat pembayangan mental adalah kumpulan pembayangan mental.

9. Pemrosesan informasi pada tahap mengolah (menentukan dan menyempurnakan) pembayangan mental

Tahap mengolah pembayangan mental terdiri dari menentukan dan menyempurnakan pembayangan mental. Untuk beberapa kasus tahap menentukan dilakukan sebelum menyempurnakan pembayangan mental. Namun. Pada beberapa kasus lain tahap menentukan dilakukan setelah menyempurnakan pembayangan mental.

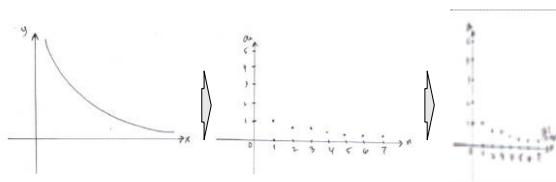
Tahap menentukan pembayangan mental merupakan kegiatan mengumpulkan dan memilih pembayangan mental. Ilustrasi pemrosesan pembayangan mental pada tahap ini dapat disajikan sebagai berikut.



Gambar 4 Ilustrasi Menentukan Pembayangan Mental

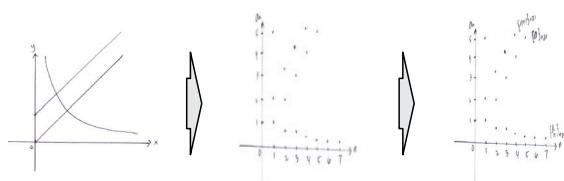
Input tahap ini adalah pembayangan-pembayangan mental. Output tahap ini adalah pembayangan mental terpilih. Tahap ini penting untuk mendapatkan pembayangan mental yang mewakili pembayangan-pembayangan mental lain dan mempertahankan informasi dalam kondisi aktif. Tahap ini dilakukan dengan mengumpulkan pembayangan mental dan memilih pembayangan mental. Input aktivitas mengumpulkan pembayangan mental adalah kumpulan pembayangan mental. Output aktivitas mengumpulkan pembayangan mental adalah kumpulan pembayangan mental. Output aktivitas memilih pembayangan mental adalah pembayangan mental terpilih.

Tahap menyempurnakan pembayangan mental merupakan kegiatan membenarkan atau melengkapi pembayangan mental. Tahap ini dapat dilakukan sesudah atau sebelum tahap menentukan pembayangan mental. Berikut representasi proses membenarkan dan melengkapi pembayangan mental sesudah tahap menentukan pembayangan mental.



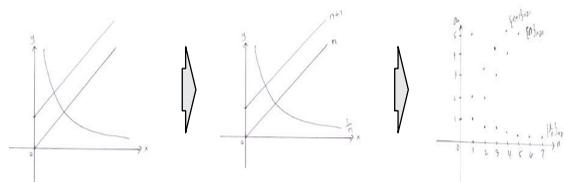
Gambar 5 Ilustrasi Menyempurnakan Setelah Menentukan Pembayangan Mental

Berikut representasi proses membenarkan dan melengkapi pembayangan mental sebelum tahap menentukan pembayangan mental.



Gambar 6 Ilustrasi Menyempurnakan Sebelum Menentukan Pembayangan Mental

Proses membenarkan pembayangan mental dilakukan sebelum proses melengkapi pembayangan mental. Namun, proses membenarkan pembayangan mental juga dapat dilakukan setelah proses melengkapi pembayangan mental. Berikut representasi proses melengkapi dan membenarkan pembayangan mental sebelum tahap menentukan pembayangan mental.



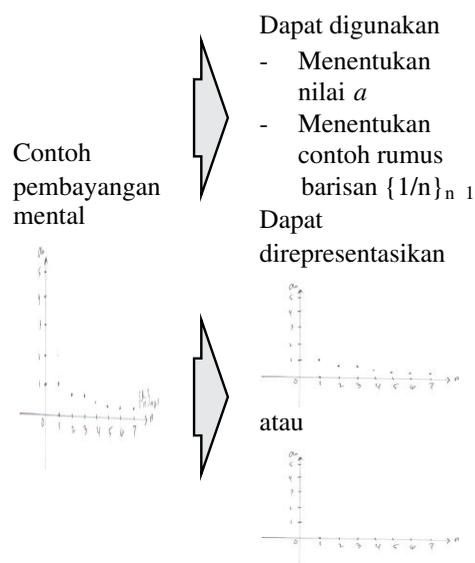
Gambar 7 Ilustrasi Melengkapi Sebelum Membenarkan Pembayangan Mental

Input tahap ini adalah pembayangan mental yang kurang atau tidak sempurna. Output tahap ini adalah pembayangan mental yang sempurna. Tahap ini penting untuk mendapatkan pembayangan mental yang benar dan lengkap. Tahap ini dilakukan dengan membenarkan atau melengkapi pembayangan mental. Input aktivitas membenarkan pembayangan mental adalah pembayangan mental yang kurang atau tidak benar. Input aktivitas melengkapi pembayangan mental adalah pembayangan mental yang kurang atau tidak lengkap. Output aktivitas membenarkan pembayangan mental adalah pembayangan mental yang benar (sesuai dengan yang seharusnya). Output aktivitas melengkapi pembayangan mental adalah pembayangan

mental yang lengkap (memberikan informasi yang diperlukan).

10. Pemrosesan informasi pada tahap memanfaatkan pembayangan mental

Tahap terakhir pemrosesan pembayangan mental adalah memanfaatkan pembayangan mental. Ilustrasi pemanfaatan pembayangan mental dapat digambarkan sebagai berikut.



Gambar 8 Ilustrasi Menggunakan dan Merepresentasikan Pembayangan Mental

Prinsip kesederhanaan atau kemudahan digunakan pada tahap ini. Input tahap ini adalah pembayangan mental. Output tahap ini adalah informasi nonvisual (seperti nilai atribut definisi) atau visual (seperti garis atau gambar/grafik). Tahap ini penting untuk mendapatkan informasi nonvisual (nilai atribut definisi) atau visual (garis, gambar/grafik) dan memperingan kinerja ingatan. Tahap ini dilakukan dengan menggunakan atau merepresentasikan pembayangan mental. Input kedua aktivitas adalah pembayangan mental. Output aktivitas menggunakan pembayangan mental adalah informasi nonvisual (nilai atribut definisi). Output aktivitas merepresentasikan pembayangan mental adalah informasi visual (garis, gambar/grafik).

4. KESIMPULAN

Terdapat kesamaan profil berpikir visual mahasiswa laki-laki dan perempuan calon guru matematika dalam memahami definisi formal barisan konvergen. Profil tersebut diperoleh

berdasarkan pemrosesan informasi yang terjadi, yaitu: Tahapan pemrosesan informasi dalam memahami definisi formal barisan konvergen, yaitu: mengenali, membayangkan, memperlihatkan (memperlihatkan gambaran definisi, memperlihatkan atribut definisi), dan menyimpulkan. Tahapan pemrosesan pembayangan mental dalam memahami definisi formal barisan konvergen, yaitu: memunculkan pembayangan mental, mengolah pembayangan mental (menentukan pembayangan mental, menyempurnakan pembayangan mental), dan memanfaatkan pembayangan mental. Tingkatan pemrosesan pembayangan mental dalam memahami definisi formal barisan konvergen, yaitu: sangat sederhana, sederhana, dan tidak sederhana. Perbedaan individu menyebabkan terjadinya perbedaan representasi aktivitas-aktivitas pemrosesan informasi. Perbedaan karena gender yang tampak adalah mahasiswa laki-laki lebih teorientasi pada tugas dibandingkan mahasiswa perempuan.

5. REFERENSI

- Alfeld. (2000). *Understanding Mathematics a Study Guide*. Department of Mathematics. College of Science. University of Utah. Download 5 Januari 2007
- Anderson & Krathwohl. (2007). *Kerangka Landasan Untuk Pembelajaran, Pengajaran, dan Asesmen*.
- Atkinson & Shiffrin. (1968). <http://chiron.valdosta.edu/whuitt/edpsyint.html>. diakses tanggal 5 Juni 2012
- Bartle & Sherbert. (1982). *Introduction to Real Analisis*. University of Illinois: Urbana-Champaign. Illinois. John Wiley & Sons. Inc
- Depdiknas, (2006). *Kurikulum Tingkat Satuan Pendidikan (KTSP)*. Jakarta: Departemen Pendidikan Nasional.
- Diene. (1971). *Building up Mathematics: Diene on the Learning of Mathematics*. 4th edition. London: Hutchinson Education Ltd. Ch. 2 pp: 18-40
- Ernest. *The Philosophy of Mathematics Education: Studies in Mathematics Education*. Routledge: Falmer
- Goldberg. (1976). *Methods of Real Analysis*. The University of Iowa. United State of America. John Wiley & Sons, Inc
- Hartono. (2010). *Mental Imagery: Tinjauan dari Segi Filsafat, Ilmu-Ilmu Kognitif dan Neurologis*. Surabaya: UNESA University Press
- Hulse, dkk. (1981). *The Psychology of Learning* (International student edition). New York: McGraw-Hill International Book Company
- Iswono. (2011). *Matematika Membangun Insan Kritis dan Kreatif*. Makalah diseminarkan pada seminar nasional matematika dan pendidikan matematika 2011. Surabaya: Sabtu, 22 Oktober 2011
- Jensen. (2008). *Brain-Based Learning: The New Science of Teaching & Training (Pembelajaran Berbasis Kemampuan Otak: Cara Baru dalam Pengajaran dan Pelatihan)*. Edisi Revisi. Terjemahan Narulita Yusron. Yogyakarta. Pustaka Pelajar
- Johnson-Laird. (1983). *Mental Models: Towards a cognitive science of language, inference, and consciousness*. Harvard University Press: Cambridge, Massachusetts
- Kemp. (1994). *Proses Perancangan Pengajaran*. (Terjemahan oleh Marjohan Asril). Bandung. ITB Press
- Kolh. (1984). *Experiential Learning*. New York: Prentice-Hall
- Lieb. (1991). *Principles of Adult Learning*. Senior Technical Writer and Planner, Arizona Department of Health Services and part-time Instructor, South Mountain Community College
- Yusuf. (2013). *Pembayangan Mental (Mental Imagey)*. Posting: 02 Dec 2013. Alamat web: <http://m.kompasiana.com/post/read/pembayangan-mental-mental-imagey.html>. Diakses: 6 Juli 2014.
- Nemirovsky & Noblemany. (1997). *On Mathematical Visualization and The Place Where We Live. Educational Studies in Mathematics* 33: 99–131, 1997. © 1997 Kluwer Academic Publishers. Printed in The Netherlands
- Pinto & Tall. (1999). *Student Constructions of Formal Theory: Giving and Extracting Meaning*. Published in *Proceedings of the 23rd Conference of PME, Haifa, Israel*, (1999), 3, 281–288

- Polya. (1973). *A New Aspect of Mathematical Method*. Second edition. Princeton, New Jersey: Princeton University Press
- Roam. (2011). *The Magic of Picture*. Diterjemahkan dari *The Back of Napkin*. Jakarta selatan: Ufuk Press, PT. Ufuk Publishing House
- Rose & Nicholl. (2006). *Accelerated Learning for the 21st Century*. Penerjemah: Dedy Ahimsa. Bandung. Penerbit Nuansa
- Santrock. (2009). *Psikologi Pendidikan*. Educational Psychology. Edisi 3. Buku 1. Jakarta: Salemba
- Schunk. (2012). *Learning Theories an Edycational Perspective*. Teori-Teori Pembelajaran: Perspektif Pendidikan. Edisi keenam. Penerjemah: Eva Hamdiah, Rahmat Fajar. Yogyakarta: Pustaka Pelajar
- Shapiro. (2000). *Thinking about Mathematics: the philosophy of mathematics*. New York: Oxford University Press
- Siswono. (2011). "Pembelajaran Matematika Berbasis Pengajaran dan Pemecahan Masalah (JUCAMA) untuk Meningkatkan Kemampuan Berpikir Kreatif Siswa". Makalah disajikan pada Seminar Nasional UNESA, Surabaya, 22 Oktober 2011
- Solso, Maclin, & Maclin. (2007). *Psikologi Kognitif*. 8ed. Alih Bahasa Mikael Rahardanto dan Kristianto Batuadji. Editor: Wibi Hardani. Jakarta: Penerbit Erlangga
- Sternberg. (2008). *Psikologi Kognitif*. Judul Asli: *Cognitif Psychology*. Penerjemah: Yudi Santoso. Penyuting: Saiful Zuhri Qudsy. Yogyakarta: Pustaka Pelajar
- Suharnan. (2005). *Psikologi Kognitif*. Surabaya: Srikandi
- Suparman. (2012). *Panduan Para Pengajar & Inovator: Pendidikan Desain Instruksional Modern*. Jakarta: Erlangga.
- Sutiarso. (2000). *Problem Posing: Strategi Efektif Meningkatkan Aktivitas Siswa dalam Pembelajaran Matematika*. Prosiding Konperensi Nasional Matematika X. ITB, 17-20 Juli 2000
- Tall. (1988). "Concept Image and Concept Definition". *Senior Secondary Mathematics Education*, (ed. Jan de Lange, Michiel Doorman), OW&OC Utrecht, 37-41.
- Tall. (1991). "Intuition And Rigour : The Role of Visualization in The Calculus". *Visualization in Mathematics* (ed. Zimmermann & Cunningham), M.A.A., Notes No. 19, 105-119
- Tall. (1994). "A Versatile Theory of Visualisation and Symbolisation in Mathematics". Plenary Presentation at the *Commission Internationale pour l'Étude et l'Amélioration de l'Enseignement des Mathématiques*, Toulouse, France, July 1994
- Tall. (1995a). "Cognitive Development, Representations and Proof". This paper was prepared for the *Conference on Justifying and Proving in School. Mathematics, Institute of Education*, London, December 1995, pp. 27-38.
- Tall. (1995b). "Visual Organizers for Formal Mathematics". *Exploiting Mental Imagery with Computers in Mathematics Education*. Springer-Verlag: Berlin, pp. 52-70
- Tall. (2005a). "A Theory of Mathematical Growth through Embodiment, Symbolism and Proof". Written for the *International Colloquium on Mathematical Learning from Early Childhood to Adulthood*, organised by the Centre de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques, Nivelles, Belgium, 5-7 July 2005.
- Tall. (2005b). "The Transition from Embodied Thought Experiment and Symbolic Manipulation to Formal Proof". This article is written for the *Delta Conference*, on Frazer Island, Australia, November 2005.

- Uno. (2007). *Model Pembelajaran*. Jakarta: Bumi Aksara
- Wasan & Prakash. Ramjas College: *Real Analysis*. University of Delhi; Rajdhani College. University of Delhi. New Delhi: Tata McGraw-Hill Publishing Company Limited
- Wiludjeng, Habsjah, & Wibawa. (2005). *Dampak Pembakuan Peran Gender Terhadap Perempuan Kelas Bawah di Jakarta*. Pusat Kajian Pembangunan Masyarakat Unika Atmajaya Jakarta.
- Woolfolk. (2009). *Educational Psychology: Active Learning Edition*. Edisi kesepuluh bagian kedua. Yogyakarta: Pustaka Pelajar.