

Karakteristik Kemampuan Menyajikan Konsep Dalam Berbagai Bentuk Representasi Matematis Pada Siswa SMP Berdasarkan Teori *Pirie* dan *Kieren*

Trisnanda Lady Utami, Syamsuri, Ihsanudin

© 2021 JEMS (Jurnal Edukasi Matematika dan Sains)

This is an open access article under the CC-BY-SA license (<https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/>) ISSN 2337-9049 (print), ISSN 2502-4671 (online)

Abstrak:

Penelitian ini bertujuan untuk mendeskripsikan kemampuan menyajikan konsep dalam berbagai bentuk representasi matematis pada siswa SMP berdasarkan Teori *Pirie* dan *Kieren*. Jenis penelitian ini adalah penelitian deskriptif kualitatif. Subjek penelitian ini adalah siswa kelas VIII SMP Negeri 4 Kota Serang. Data dikumpulkan dengan metode tes dan wawancara. Hasil penelitian ini menunjukkan bahwa kemampuan menyajikan konsep dalam berbagai macam bentuk representasi matematis pada siswa SMP dapat diklasifikasikan menjadi tiga tipe jawaban yaitu: 1) tipe jawaban *inventising* (menemukan) di mana siswa sudah memenuhi lapisan pemahaman *image having*, *formalising*, *observing*, dan *inventising*, 2) tipe jawaban *observing* (mengamati) di mana siswa sudah memenuhi lapisan pemahaman *image having*, *formalising*, dan *observing*, dan 3) tipe jawaban *formalising* (memformalkan) di mana siswa sudah memenuhi lapisan pemahaman *image having* dan *formalising*.

Abstract:

This study aims to describe the ability to present concepts in various forms of mathematical representation in junior high school students based on *Pirie-Kieren's* theory. This type of research is a qualitative descriptive study. The subjects of this research is VIII grade students of SMPN 4 Kota Serang. Data collected by test and interview methods. The results of this study indicate that the ability to present concepts in various forms of mathematical representation in junior high school students can be classified into three types of answers, namely: 1) the type of answer is *inventising* where students have fulfilled the layer of understanding: *image having*, *formalising*, *observing*, and *inventising*, 2) the type of answer is *observing* where students have fulfilled the layer of understanding: *image having*, *formalising*, and *observing*, and 3) the type of answer is *formalising* where students have fulfilled the layer of understanding: *image having* and *formalising*.

Kata Kunci : Kemampuan Pemahaman Konsep; Representasi Matematis; Teori *Pirie* dan *Kieren*

Keywords : Understanding Concept Ability; Mathematical Representation; *Pirie-Kieren's* Theory

Pendahuluan

Pendidikan pada dasarnya merupakan salah satu upaya atau proses dalam meningkatkan kualitas hidup seseorang. Dalam pendidikan salah satu kegiatan yang dilakukan untuk dapat mengembangkan potensi diri yaitu melalui proses pembelajaran. Oleh karena itu, diperlukan proses pembelajaran di berbagai bidang salah satunya dalam bidang matematika. Terdapat dua

Trisnanda Lady Utami, Universitas Sultan Ageng Tirtayasa
ladyutamiii54@gmail.com

Syamsuri, Universitas Sultan Ageng Tirtayasa
syamsuri@untirta.ac.id

Ihsanudin, Universitas Sultan Ageng Tirtayasa
ihsanudin1797@untirta.ac.id

visi pembelajaran matematika, yaitu mengarahkan pembelajaran matematika untuk memahami konsep-konsep yang nantinya diperlukan untuk memecahkan suatu permasalahan serta ilmu pengetahuan lainnya dan memfokuskan ke masa depan yang lebih luas yaitu matematika memberikan kemampuan pemecahan masalah, sistematis, kritis, teliti, objektif, dan terbuka (Bani, 2011). Berdasarkan dua visi pembelajaran matematika di atas dapat disimpulkan bahwa dalam visi pembelajaran matematika difokuskan pada pemahaman konsep dan kemampuan pemecahan masalah untuk mengarahkan ke masa depan yang lebih luas.

Menurut Permendikbud No. 58 Tahun 2014 tentang Kurikulum 2013 Sekolah Menengah Pertama/Madrasah Tsanawiyah, tujuan pembelajaran matematika yang pertama harus dikuasai oleh siswa yaitu memahami konsep matematika yang merupakan kemampuan untuk menjelaskan keterkaitan antarkonsep dan menggunakan konsep dan algoritma, secara luwes, akurat, efisien, dan tepat dalam menyelesaikan masalah. Dari uraian tersebut, kemampuan pemahaman konsep merupakan hal pertama yang harus dikuasai oleh siswa. Tujuan pembelajaran matematika akan tercapai bila siswa mampu memahami konsep-konsep matematika.

Pembelajaran matematika sudah seharusnya lebih menekankan kemampuan pemahaman konsep untuk memecahkan suatu masalah matematika dibandingkan dengan hanya sekedar menghafal karena dalam mengerjakan suatu permasalahan dalam matematika bukan hanya bermodal rumus-rumus yang sudah dihafal melainkan lebih dari itu. Untuk dapat mengerjakan suatu permasalahan matematika diperlukan pemahaman konsep yang mendalam. Bayangkan jika siswa harus menghafal begitu banyak rumus, maka kemungkinan siswa akan lupa dengan rumus yang telah dihafal sebelumnya.

Konsep-konsep yang terdapat dalam pembelajaran matematika sudah tersusun secara sistematis mulai dari konsep yang paling sederhana dan mudah dipahami sampai konsep yang sangat kompleks. Selain itu, matematika juga merupakan mata pelajaran yang memiliki konsep prasyarat. Maksudnya yaitu pemahaman konsep awal sangat diperlukan sebagai dasar untuk dapat memahami suatu materi atau konsep selanjutnya. Dalam memahami suatu konsep matematis, seseorang harus mampu memahami makna simbol pada konsep itu, menguasai konsep sebelumnya, dan mengaitkan konsep sebelumnya dengan konsep yang sedang dipelajari (Hanifah & Abadi, 2018).

Hal ini sejalan dengan pernyataan yang dikemukakan oleh Rismawati & Huitagaol (2018), yaitu jika siswa cenderung menghafal rumus saja dalam memecahkan permasalahan matematika maka akibat yang akan ditimbulkan adalah siswa akan kesulitan apabila diberikan soal non rutin yang memerlukan pemahaman dan penalaran matematika, siswa menjadi tidak senang dengan pelajaran matematika karena siswa harus menghafal begitu banyak rumus sehingga semakin menambah daftar alasan siswa untuk tidak menyukai pelajaran matematika dan hal tersebut akan berdampak pada hasil belajar siswa yang tidak memuaskan. Kemampuan pemahaman konsep matematis yang rendah terlihat dari hasil penelitian Novri, Zulfah, & Astuti (2018) yang menyatakan bahwa pemahaman konsep matematis siswa kelas VII belum begitu baik jika dilihat dari tanda-tandanya yaitu siswa hanya fokus pada materi yang sedang dipelajari sehingga pada pertemuan berikutnya siswa lupa tentang materi yang sudah pernah mereka pelajari padahal materi itu saling berhubungan serta beberapa siswa belum dapat mengaplikasikan konsep pelajaran ke dalam kehidupan mereka.

Salah satu indikator yang digunakan untuk mengukur kemampuan pemahaman konsep matematis adalah kemampuan menyajikan konsep dalam berbagai macam bentuk representasi matematis. Kemampuan ini di pilih sebagai salah satu indikator yang mencerminkan kemampuan pemahaman konsep itu sendiri. Dalam indikator tersebut menjelaskan bagaimana

siswa memerlukan kemampuan representasi matematis untuk memahami konsep-konsep matematika dan untuk mengkomunikasikan ide-ide matematika. Jika kemampuan representasi yang dimiliki siswa kurang, maka akan menghambat siswa dalam menyelesaikan permasalahan (Rahmadian, Mulyono, & Isnarto, 2019).

Faktor-faktor yang dialami oleh siswa dalam menyelesaikan soal representasi matematis terkait pembelajaran matematika di dalam kelas, yaitu siswa kurang menguasai soal kemampuan representasi matematis, siswa tidak pernah memperhatikan guru saat sedang mengajarkan materi, siswa kurang diajarkan oleh guru untuk mengaplikasikan permasalahan matematika dalam kehidupan sehari-hari sehingga siswa tidak dapat mengerjakan soal representasi matematis dengan baik, dan guru hanya mengajarkan satu macam bentuk representasi matematis sehingga siswa hanya bisa mendeskripsikan apa yang telah diajarkan guru (Tri Ribkyansyah, Yenni, & Nopitasari, 2018).

Salah satu materi matematika yang diajarkan pada tingkat sekolah menengah adalah geometri. Beberapa penelitian menunjukkan kemampuan pemahaman konsep matematika siswa SMP pada materi bangun ruang sisi datar belum sesuai harapan. Penguasaan konsep-konsep pada matematika khususnya materi bangun ruang sisi datar masih rendah yang berakibat pada kemampuan siswa dalam menerapkan rumus-rumus bangun ruang sehingga siswa merasa kesulitan dalam memecahkan suatu permasalahan matematika (Sari, Rismayanti, & Puspitasari, 2018). Selain itu, terdapat empat masalah kesulitan siswa saat mengerjakan bangun ruang sisi datar yang dikemukakan oleh Bernard dalam (Herlina, Fitriah, Setiawan, & Lindawati, 2019), yaitu siswa belum memahami hubungan operasi hitung dengan bangun datar, belum menguasai cara memecahkan masalah dalam proses, tidak tuntas dalam memahami konsep-konsep bangun ruang, dan kesulitan untuk mengaplikasikan materi ke bentuk lain.

Sudah banyak penelitian yang dilakukan sebelumnya tentang kemampuan pemahaman konsep matematika. Namun, masih sedikit penelitian yang membahas tentang lapisan pemahaman berdasarkan Teori Pirie dan Kieren. Pirie & Kieren (1989) bermula dari penelitian yang dilakukan oleh Susan Pirie dan Tom Kieren dengan judul "*A Recursive Theory of Mathematical Understanding*" yang menyatakan bahwa pemahaman matematika terbentuk berdasarkan pemahaman awal sampai pemahaman paling luar dan adanya proses pengulangan pemahaman untuk mendapatkan sebuah pemahaman atau disebut fenomena rekursif. Dalam penelitian yang dilakukan oleh Susan Pirie dan Tom Kieren menjelaskan bahwa terdapat lapisan-lapisan pemahaman yaitu *primitive knowing*, *image making*, *image having*, *property noticing*, *formalising*, *observing*, *structuring*, dan *inventising*.

Menurut Pirie & Kieren (1994) menyatakan bahwa meskipun pemahaman konsep seseorang bermula dari lapisan terdalam yaitu *primitive knowing* menuju ke lapisan terluar yaitu *inventising*, ada saatnya seseorang kembali ke lapisan terdalam ketika menghadapi suatu masalah. Tindakan kembali ke lapisan yang lebih dalam inilah yang disebut *folding back*. Dengan adanya tindakan kembali ke lapisan terdalam, maka kemampuan pemahaman yang dimiliki dapat memperluas pemahaman serta pengetahuannya dalam menghadapi suatu permasalahan. Berdasarkan uraian di atas, diperlukan penelitian untuk mengidentifikasi kemampuan menyajikan konsep dalam berbagai bentuk representasi matematis dalam menyelesaikan soal bangun ruang sisi datar yang diharapkan dapat memberikan pengetahuan dan informasi dalam bidang pendidikan khususnya matematika.

Metode

Jenis penelitian ini adalah penelitian deskriptif kualitatif. Penelitian ini bertujuan untuk mendeskripsikan kemampuan menyajikan konsep dalam berbagai bentuk representasi matematis pada siswa SMP berdasarkan Teori Pirie dan Kieren. Waktu pelaksanaan penelitian ini adalah semester genap pada tahun ajaran 2019/2020. Subjek pada penelitian ini adalah siswa kelas VIII SMP Negeri 4 Kota Serang. Satu kelas diberikan tes kemampuan pemahaman konsep, kemudian hasilnya di analisis, dan dikelompokkan menjadi tiga tipe jawaban. Dalam penelitian ini, peneliti memilih dua siswa dari masing-masing tipe untuk mengetahui gambaran mengenai kemampuan menyajikan konsep dalam berbagai bentuk representasi matematis. Instrumen utama dalam penelitian ini adalah peneliti sendiri dan instrumen pendukung berupa soal uraian kemampuan pemahaman konsep.

Teknik pengumpulan data pada penelitian ini menggunakan instrumen berupa soal uraian dan pedoman wawancara. Soal uraian kemampuan pemahaman konsep yang mengukur kemampuan menyajikan konsep dalam berbagai bentuk representasi matematis adalah sebagai berikut: "Setiap hari Minggu, keluarga Rani selalu melakukan kegiatan kerja bakti di rumah. Rani sedang membersihkan kamarnya yang penuh dengan buku. Rani ingin memasukkan buku-buku matematika ke dalam sebuah kotak berbentuk balok dengan ukuran panjang 36 cm, lebar 30 cm dan tinggi 20 cm. Setiap buku memiliki panjang 20 cm, lebar 15 cm dan tinggi 6 cm. a) Gambarkanlah permasalahan di atas beserta ukurannya untuk memudahkan dalam menyelesaikan permasalahan yang diberikan. b) Berapa maksimal buku yang dapat masuk ke dalam kotak?".

Untuk menganalisis data kemampuan menyajikan konsep dalam berbagai bentuk representasi matematis berdasarkan soal tersebut, peneliti menggunakan Teori Pirei dan Kieren. Indikator lapisan pemahaman berdasarkan Teori Pirie dan Kieren yang digunakan dalam penelitian ini dapat dilihat pada tabel 1.

Tabel 1. Indikator Lapisan Pemahaman Berdasarkan Teori Pirie dan Kieren Terkait Menyajikan Konsep Dalam Berbagai Macam Bentuk Representasi Matematis

| Lapisan Pemahaman | Indikator |
|---------------------|---|
| <i>Image having</i> | a. Mendapatkan ide atau gambaran bangun ruang sisi datar dan/atau jaring-jaringnya yang akan digunakan dalam menyelesaikan masalah volume serta luas permukaan b. Mampu menjelaskan ide atau gambaran bangun ruang sisi datar dan/atau jaring-jaringnya dalam menyelesaikan masalah volume dan luas permukaan tanpa menggunakan contoh |
| <i>Formalising</i> | a. Menemukan dan membuat suatu konsep bangun ruang sisi datar terkait hubungan definisi-definisi tersebut |
| <i>Observing</i> | a. Menggunakan konsep bangun ruang sisi datar yang ditemukan untuk menyelesaikan masalah yang diberikan b. Menemukan pola terstruktur dari konsep bangun ruang sisi datar untuk menyelesaikan masalah yang diberikan c. Membuat suatu pernyataan formal dari pola yang ditemukan untuk menyelesaikan masalah yang diberikan |
| <i>Inventising</i> | a. Memiliki sebuah pemahaman terstruktur komplit |

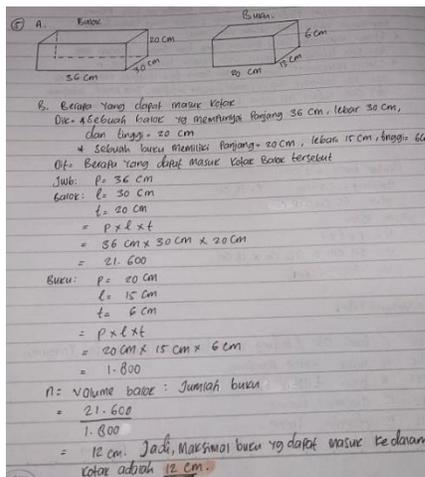
mengenai bangun ruang sisi datar dan menciptakan pertanyaan-pertanyaan baru yang dapat tumbuh menjadi sebuah konsep baru

Hasil dan Pembahasan

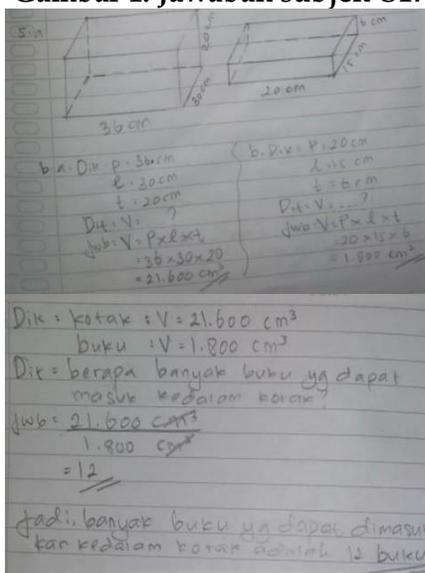
Berdasarkan hasil jawaban tes kemampuan menyajikan konsep dalam berbagai macam bentuk representasi matematis terdapat 3 tipe jawaban yaitu 10 siswa tipe jawaban inventising, 9 siswa tipe jawaban observing, dan 8 siswa tipe jawaban formalising, sehingga total ada 27 respon siswa. Dari masing-masing tipe tersebut, dipilih dua subjek untuk dianalisis berdasarkan Teori Pirie dan Kieren.

Tipe Jawaban *Inventising*

Dari 10 siswa yang termasuk tipe jawaban *inventising* dipilih subjek-S17 dan subjek-S28 untuk mengetahui lapisan pemahaman berdasarkan Teori Pirie dan Kieren. Hasil jawaban subjek-S17 dan subjek-S28 dapat dilihat pada gambar 1 dan gambar 2.



Gambar 1. Jawaban subjek-S17



Gambar 2. Jawaban subjek-S28

Berdasarkan hasil jawaban dan hasil wawancara, subjek-S17 dan subjek-S28 sudah mendapati konsep yang harus digunakan untuk menyelesaikan permasalahan yaitu dengan menggunakan konsep volume balok. Subjek-S17 menyatakan bahwa, “Jadi yang diketahui sudah jelas Bu ada panjang, lebar dan tinggi terus yang ditanyakan berapa buah buku yang dapat masuk, sehingga saya menggunakan rumus volume balok”. Sedangkan subjek-S28 menyatakan bahwa, “Karena yang ditanyakan itu sudah jelas menggunakan rumus volume”. Hal ini menunjukkan bahwa subjek-S17 dan subjek-S28 telah mendapatkan gambaran atau konsep yang akan digunakan dalam menyelesaikan permasalahan pada soal, sehingga dalam lapisan pemahaman Teori Pirie dan Kieren termasuk ke dalam lapisan *image having*. Hakim (2019) dalam penelitiannya memaparkan bahwa siswa berada pada level *image having* yaitu ketika menjelaskan ide yang dimilikinya, siswa tidak menggunakan atau mengerjakan contoh-contoh konkret, hanya menggunakan definisi yang ada pada masalah. Menurut Manu (2005) pada lapisan *image having*, siswa sudah memiliki dan mampu membuat gambaran mengenai suatu konsep atau topik tertentu serta dapat menggunakan gambaran tersebut tanpa mengerjakan suatu contoh terlebih dahulu.

Pada proses penyelesaian, subjek-S17 dan subjek-S28 menggunakan rumus volume balok untuk mencari volume dari kotak balok dan buku. Pada hasil jawaban subjek-S17 mengalami kekeliruan dalam menjawab permasalahan, di mana subjek-S17 menuliskan bahwa maksimal buku yang dapat masuk ke dalam kotak adalah 12 cm. Namun, ketika melakukan wawancara subjek-S17 menyadari bahwa hasil dari pekerjaannya mengalami kekeliruan dan subjek-S17 dapat membenarkan jawabannya bahwa jumlah buku yang dapat masuk ke dalam kotak adalah 12 buah buku karena yang ditanyakan ialah kuantitasnya bukan ukurannya. Dengan berbekal ide atau konsep mengenai volume balok yang dimiliki dan menggambarkan permasalahan yang ada, subjek-S17 dan subjek-S28 mampu menyajikan konsep dalam sebuah bentuk representasi matematis berdasarkan sifat-sifat atau unsur-unsur yang dimiliki.

Subjek-S17 dan subjek-S28 dapat berpikir secara sadar tentang konsep atau ide yang sebelumnya telah terbentuk sehingga dapat menemukan dan membuat abstraksi mengenai konsep volume balok berdasarkan sifat-sifat penting yang muncul dari konsep tersebut. Hal ini menunjukkan bahwa subjek-S17 dan subjek-S28 mampu menemukan dan membuat suatu konsep volume balok berdasarkan definisi-definisi yang terdapat pada soal, sehingga dalam lapisan pemahaman Teori Pirie dan Kieren termasuk ke dalam lapisan *formalising*. Muliawati (2020) menjelaskan bahwa pada lapisan pemahaman *formalising*, seseorang sudah mampu membentuk dan menemukan konsep sendiri yang digunakan untuk menyelesaikan suatu permasalahan yang diberikan. Lebih lanjut dalam pembahasannya menyatakan bahwa konsep-konsep yang di dapatkan tersebut diperoleh dengan mengumpulkan informasi pada soal, mengingat kembali konsep-konsep sebelumnya yang tersimpan pada ingatannya, mengaitkan konsep sebelumnya dengan konsep yang baru dipelajari, dan menggabungkan konsep-konsep tersebut menjadi satu kesatuan yang digunakan untuk menyelesaikan permasalahan.

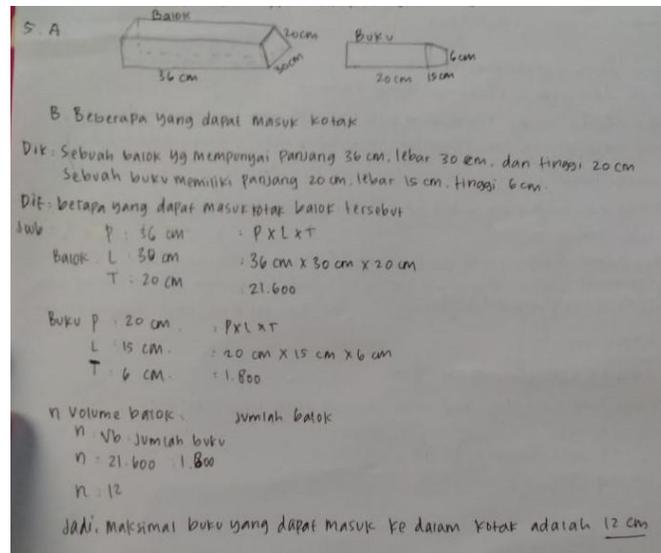
Subjek-S17 mengalami kekeliruan dalam menyelesaikan dan menjawab permasalahan. Tetapi subjek-S17 menyadari bahwa pekerjaannya mengalami kekeliruan. Hal ini menunjukkan bahwa subjek-S17 mengalami *folding back*. *Folding back* yang di alami oleh subjek-S17 termasuk ke dalam “bekerja pada lapisan paling dalam” atau *working at an inner layer using existing understanding* (Martin, 2008). Hal ini terjadi karena subjek-S17 mengalami keterbatasan dalam pemahamannya sehingga kembali ke lapisan paling dalam yaitu *primitive knowing* untuk memahami definisi dari istilah-istilah atau pemisalan yang ditemukan dalam masalah tanpa keluar dari konsep yang dipahaminya.

Pada proses penyelesaian, subjek-S17 menuliskan pemisalan $n = \text{volume balok} : \text{jumlah buku}$. Hal ini menunjukkan bahwa subjek-S17 dapat menemukan dan membuat suatu konsep baru dengan menuliskan pemisalan n untuk menyatakan jumlah maksimal buku yang dapat ditempatkan di dalam balok. Sedangkan, subjek-S28 memilih untuk menggunakan konsep pembagian yaitu membagi volume kotak balok dengan volume buku. Hal ini menunjukkan bahwa subjek-S28 mampu membuat dan mengaplikasikan konsep yang telah dimiliki pada pemahaman sebelumnya yang juga berkaitan dengan konsep volume balok. Dengan demikian, subjek-S17 dan subjek-S28 mampu menemukan pola terstruktur dari konsep bangun ruang sisi datar untuk menyelesaikan permasalahan. Subjek-S17 dan subjek-S28 mampu menjelaskan proses penyelesaian secara runtut mulai dari membuat gambaran mengenai permasalahan, mencari volume balok dan buku, dilanjutkan dengan membuat pemisalan dan membagi volume balok dan buku untuk mencari jumlah buku yang dapat ditempatkan di dalam balok, dan membuat kesimpulan. Hal ini menunjukkan bahwa subjek-S17 dan subjek-S28 dapat mengamati bahwa untuk menjawab permasalahan dapat diselesaikan melalui pemahaman tentang volume balok dan menggunakan pemisalan serta operasi hitung pembagian, sehingga dalam lapisan pemahaman Teori Pirie dan Kieren termasuk ke dalam lapisan *observing*. Hal ini sejalan dengan penelitian Cahyati & Kriswandani (2017) bahwa siswa yang berada pada lapisan *observing* mampu menggunakan konsep-konsep yang telah dimiliki dalam menyelesaikan permasalahan yang terkait dengan konsep-konsep tersebut.

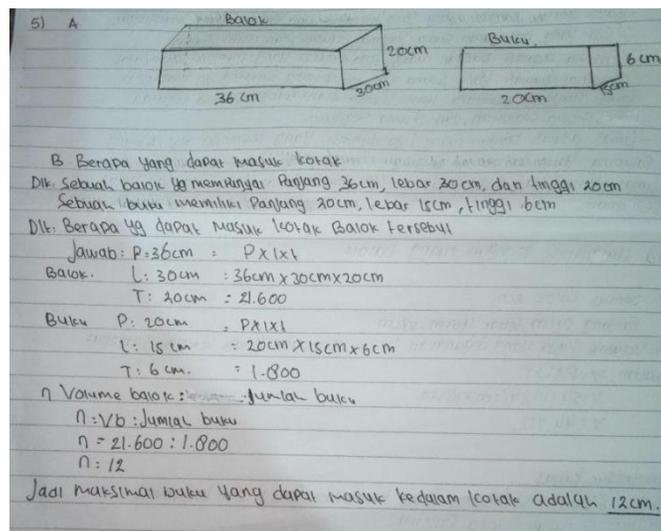
Berdasarkan hasil wawancara, subjek-S17 dan subjek-S28 merasa terbantu dengan gambar yang telah dibuat untuk menyelesaikan permasalahan permasalahan serta tidak merasa kesulitan dalam menyajikan konsep ke dalam sebuah bentuk representasi matematis. Dengan menggambarkan permasalahan, kedua subjek lebih mudah dalam memahami dan mengerjakan soal yang diberikan. Ketika diminta untuk membuat soal atau pertanyaan baru yang berkaitan dengan pemahaman konsep, subjek-S17 dan subjek-S28 mampu untuk membuat pertanyaan baru, meskipun dengan membuat pertanyaan sederhana yang hampir sama dengan soal yang diberikan hanya di ubah pada ukurannya saja. Subjek-S28 menambahkan bahwa sebelum membuat soal, soal tersebut harus di hitung dan di cari penyelesaiannya terlebih dahulu. Hal ini menunjukkan bahwa subjek-S17 dan subjek-S28 dapat menciptakan pertanyaan baru mengenai pemahaman konsep yang nantinya dapat tumbuh menjadi sebuah konsep baru serta memiliki sebuah pemahaman struktur komplit mengenai konsep bangun ruang sisi datar, sehingga dalam lapisan pemahaman Teori Pirie dan Kieren termasuk ke dalam lapisan *inventising*. Menurut Syafri & Isran (2016) dalam lapisan paling luar yaitu *inventising* berdasarkan Teori Pirie dan Kieren, siswa yang berada pada lapisan ini telah mampu menemukan konsep baru serta mampu menyelesaikan tugas atau pekerjaan yang diberikan. Sehingga siswa memiliki pemahaman baru yang belum dimiliki sebelumnya dengan memperoleh pengetahuan baru dari konsep dan materi yang sedang dipelajari.

Tipe Jawaban *Observing*

Dari 9 siswa yang termasuk tipe jawaban *observing* dipilih subjek-S27 dan subjek-S34 untuk mengetahui lapisan pemahaman berdasarkan Teori Pirie dan Kieren. Hasil jawaban subjek-S17 dan subjek-S28 dapat dilihat pada gambar 3 dan gambar 4.



Gambar 3. Jawaban subjek-S27



Gambar 4. Jawaban subjek-S34

Berdasarkan hasil jawaban dan hasil wawancara, subjek-S27 dan subjek-S34 sudah mendapati konsep yang harus digunakan untuk menyelesaikan permasalahan yaitu dengan menggunakan konsep volume balok. Subjek-S27 menyatakan bahwa, "Iya, menggunakan rumus volume balok karena supaya mudah mengerjakan permasalahannya". Sedangkan subjek-S34 menyatakan bahwa, "Karena yang diketahuinya ada panjang, lebar, dan tinggi, otomatis konsep yang digunakan itu rumus volume balok". Hal ini menunjukkan bahwa subjek-S27 dan subjek-S34 telah mendapatkan gambaran atau konsep yang akan digunakan dalam menyelesaikan permasalahan pada soal, sehingga dalam lapisan pemahaman Teori Pirie dan Kieren termasuk ke dalam lapisan *image having*.

Pada proses penyelesaian, subjek-S27 dan subjek-S34 menggunakan rumus volume balok untuk mencari volume dari kotak balok dan buku. Pada hasil jawaban subjek-S27 langsung menuliskan $p \times l \times t$ yang merupakan rumus volume balok. Namun, subjek-S27 menjawab bahwa, "Itu rumus luas permukaan balok". Hal ini menunjukkan bahwa subjek-S27 masih

bingung dalam membedakan rumus volume balok dengan luas permukaan balok. Subjek-S27 dan subjek-S34 menuliskan kesalahan pemisalan pada panjang (P), lebar (L), dan tinggi (T). Hal ini menunjukkan bahwa subjek-S27 dan subjek-S34 kurang teliti dalam menuliskan suatu pemisalan yang diperoleh dari soal. Kemudian dalam penyelesaian bagian a, terlihat bahwa gambar buku yang di buat oleh subjek-S27 dan subjek-S34 belum membentuk sebuah bangun ruang. Subjek-27 dan subjek-S34 menyatakan bahwa gambar tersebut adalah bangun ruang tiga dimensi yaitu balok. Berdasarkan hasil wawancara, subjek-S27 menyatakan bahwa gambar buku yang dibuatnya tidak menyerupai bangun ruang balok. Sementara itu subjek-S34 menyatakan bahwa gambar yang berbentuk bangun ruang balok adalah gambar kotak balok dan gambar buku tidak menyerupai bangun ruang balok. Hal ini menunjukkan bahwa kedua subjek kurang teliti dalam menyajikan sebuah konsep dalam sebuah bentuk representasi matematis.

Dengan berbekal ide atau konsep mengenai volume balok yang dimiliki dan menggambarkan permasalahan yang ada, subjek-S27 dan subjek-S34 dapat menemukan dan membuat suatu konsep bangun ruang sisi datar yaitu volume balok berdasarkan informasi yang terdapat pada soal dan berpikir secara sadar tentang konsep atau ide yang sebelumnya telah terbentuk. Hal ini menunjukkan bahwa subjek-S27 dan subjek-S34 dapat menemukan dan membuat abstraksi mengenai konsep volume balok berdasarkan definisi-definisi penting yang muncul dari konsep tersebut, sehingga dalam lapisan pemahaman Teori Pirie dan Kieren termasuk ke dalam lapisan *formalising*.

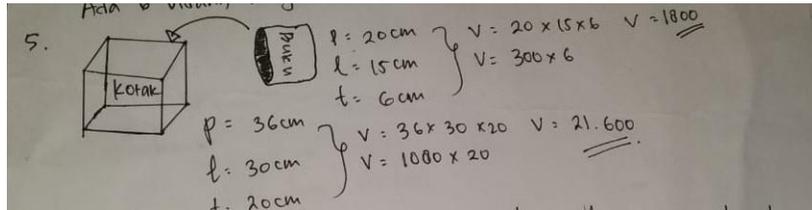
Berdasarkan pembahasan sebelumnya dijelaskan bahwa gambar buku yang di buat oleh subjek-S27 dan subjek-S34 belum membentuk sebuah bangun ruang. Dan kedua subjek menyadari bahwa gambar yang telah dibuatnya belum menyerupai bangun ruang balok. Hal ini menunjukkan bahwa subjek-S27 dan subjek-S34 mengalami *folding back*. *Folding back* yang dialami oleh kedua subjek termasuk ke dalam “bekerja pada lapisan paling dalam” atau *working at an inner layer using existing undertsanding*. Hal ini terjadi karena kedua subjek mengalami keterbatasan dalam pemahamannya sehingga kembali ke lapisan sebelumnya yaitu *image having* untuk mengetahui gambaran yang telah dimiliki sebelumnya mengenai bangun ruang balok dan *property noticing* untuk memperhatikan gambaran yang telah dimiliki serta menghubungkannya dengan sifat-sifat bangun ruang balok tanpa keluar dari konsep yang dipahaminya.

Pada proses penyelesaian, subjek-S27 dan subjek-S34 menuliskan pemisalan $n = \text{volume balok} : \text{jumlah buku}$. Hal ini menunjukkan bahwa kedua subjek dapat menemukan dan membuat suatu konsep baru dengan menuliskan pemisalan n untuk menyatakan jumlah maksimal buku yang dapat ditempatkan di dalam balok. Subjek-S27 dan subjek-S34 mampu menemukan pola terstruktur dari konsep bangun ruang sisi datar untuk menyelesaikan permasalahan. Kedua subjek mampu menjelaskan proses penyelesaian secara runtut mulai dari membuat gambaran mengenai permasalahan soal, mencari volume balok dan buku, membuat pemisalan untuk mencari jumlah maksimal buku yang dapat masuk ke dalam kotak, dan membuat kesimpulan. Hal ini menunjukkan bahwa subjek-S27 dan subjek-S34 dapat mengamati bahwa untuk menjawab permasalahan diselesaikan melalui pemahaman tentang volume balok dan menggunakan pemisalan, sehingga dalam lapisan pemahaman Teori Pirie dan Kieren termasuk ke dalam lapisan *observing*. Muliawati (2020) menjelaskan bahwa pada lapisan keenam, yaitu *observing* siswa sudah mampu mengoordinasikan konsep yang ditemukannya sendiri yang digunakan untuk menyelesaikan suatu soal atau permasalahan. Dengan konsep-konsep baru tersebut, siswa memiliki pola atau struktur yang mampu dibentuk sendiri oleh siswa tersebut.

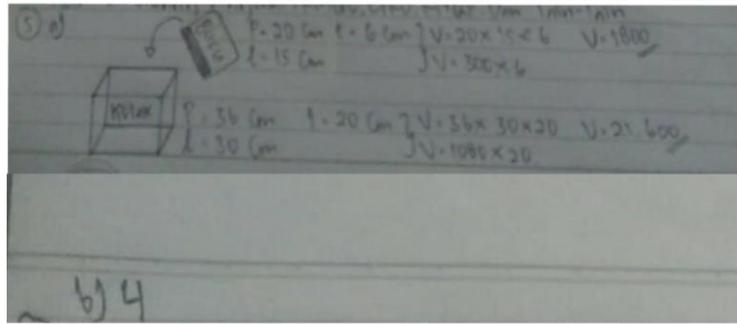
Pengorganisasian konsep secara terstruktur dan sistematis pada ranah kognitifnya, memudahkan siswa dalam menyelesaikan soal.

Tipe Jawaban *Formalising*

Dari 8 siswa yang termasuk tipe jawaban *formalising* dipilih subjek-S8 dan subjek-S31 untuk mengetahui lapisan pemahaman berdasarkan Teori Pirie dan Kieren. Hasil jawaban subjek-S17 dan subjek-S28 dapat dilihat pada gambar 5 dan gambar 6.



Gambar 5. Jawaban subjek-S8



Gambar 6. Jawaban subjek-S31

Berdasarkan hasil jawaban dan hasil wawancara, subjek-S31 sudah mendapati konsep yang harus digunakan untuk menyelesaikan permasalahan yaitu dengan menggunakan konsep volume balok. Subjek-S31 menyatakan bahwa, “Menggunakan konsep mencari volume balok, karena menurut saya konsep tersebut mudah untuk dipahami”. Sedangkan subjek-S8 menyatakan bahwa, “Menggunakan konsep diketahui, ditanya, dan dijawab, karena biar memperjelas soal dan mempermudah soal”. Oleh sebab itu, subjek-S8 belum memahami definisi dari suatu konsep itu sendiri. Sehingga subjek-S8 justru berpikir bahwa konsep dengan langkah-langkah dalam menyelesaikan suatu soal adalah sebuah persamaan. Namun, dalam hasil jawaban dapat diketahui bahwa subjek-S8 memilih menggunakan konsep volume balok untuk menyelesaikan permasalahan. Hal ini menunjukkan bahwa subjek-S8 dan subjek-S31 telah mendapatkan gambaran atau konsep yang akan digunakan dalam menyelesaikan permasalahan pada soal, sehingga dalam lapisan pemahaman Teori Pirie dan Kieren termasuk ke dalam lapisan *image having*. Menurut Safitri, Mulyani, & Ratu (2018), dalam studinya menyatakan bahwa siswa yang berada pada lapisan pemahaman *image having* yaitu siswa hanya mampu memiliki gambaran penyelesaian yang telah siswa pikirkan dan tidak dapat memperhatikan sifat-sifat yang terdapat pada materi tersebut.

Pada proses penyelesaian, subjek-S8 dan subjek-S31 menggunakan rumus volume balok untuk mencari volume dari kotak balok dan buku. Dalam menyatakan kesimpulan dari permasalahan, subjek-S8 menjawab bahwa terdapat dua buah jawaban yaitu volume kotak balok dan volume buku. Sedangkan subjek-S31 menjawab bahwa jumlah maksimal buku yang dapat masuk ke dalam kotak balok adalah empat buah. Subjek-S31 tidak dapat menjelaskan

bagaimana langkah penyelesaiannya dan langsung menuliskan hasil dari kesimpulannya. Sehingga subjek-S31 belum memahami dengan benar mengenai permasalahan yang ada pada soal dan hanya sampai di langkah mencari volume dari masing-masing buku dan balok tanpa menyelesaikan permasalahan yang diberikan.

Hal ini menunjukkan bahwa subjek-S8 dan subjek-S31 belum dapat menjawab permasalahan yang diberikan mengenai berapa maksimal buku yang dapat masuk ke dalam kotak. Subjek-S8 dan subjek-S31 hanya mampu menjelaskan bagaimana menyelesaikan volume dari kotak balok dan buku yang berarti kedua subjek hanya menjawab sesuai dengan informasi yang diketahui pada soal. Dengan demikian, dalam proses penyelesaian menunjukkan bahwa subjek-S8 dan subjek-S31 telah mendapatkan ide atau konsep yang akan digunakan dalam menyelesaikan permasalahan tetapi kedua subjek belum dapat menggunakan ide atau konsep tersebut untuk menjawab permasalahan yang diberikan. Selain itu kedua subjek belum mampu menyajikan konsep dalam sebuah representasi matematis yang mengakibatkan subjek-S8 dan subjek-S31 belum dapat menjawab permasalahan.

Dengan berbekal ide atau konsep mengenai volume balok yang dimiliki dan menggambarkan permasalahan yang ada, subjek-S8 dan subjek-S31 hanya mampu untuk menemukan dan membuat konsep bangun ruang sisi datar yaitu volume balok dari informasi yang terdapat pada soal untuk menyelesaikan permasalahan. Sehingga dalam lapisan pemahaman Teori Pirie dan Kieren termasuk ke dalam lapisan *formalising*. Siswa yang berada pada level *formalising* mampu menemukan konsep dan menjelaskan konsep tersebut berdasarkan definisi-definisi yang siswa pahami (Hakim, 2019).

Berdasarkan pembahasan sebelumnya dijelaskan bahwa dalam menyatakan kesimpulan, subjek-S8 memperoleh dua buah jawaban dan subjek-S31 tidak dapat menjelaskan kembali bagaimana langkah penyelesaian untuk mendapatkan hasil kesimpulan yang telah dituliskan dalam hasil jawaban. Hal ini menunjukkan bahwa subjek-S8 dan subjek-S31 mengalami *folding back*. *Folding back* yang dialami oleh kedua subjek termasuk ke dalam “menyebabkan diskontinu” atau *causing a discontinuity*. Hal ini terjadi karena subjek-S8 dan subjek-S31 kembali ke lapisan yang paling dalam yaitu *property noticing* atau memperhatikan sifat-sifat yang dimiliki dari konsep tersebut tetapi tidak berelasi dengan pemahaman yang dimilikinya. Sagala (2016) menyatakan dalam proses ini, subjek tidak mampu memandang relevansi atau koneksi antara pemahamannya dengan aktivitas baru atau masalah yang sedang dikerjakan.

Simpulan

Hasil penelitian ini menunjukkan bahwa kemampuan menyajikan konsep dalam berbagai macam bentuk representasi matematis pada siswa SMP dapat dikelompokkan menjadi tiga tipe jawaban yaitu tipe jawaban *inventising*, tipe jawaban *observing*, dan tipe jawaban *formalising* berdasarkan Teori Pirie dan Kieren. Tipe jawaban *inventising*, yaitu siswa sudah memenuhi lapisan pemahaman *image having*, *formalising*, *observing*, dan *inventising* serta mengalami *folding back* yaitu bekerja pada lapisan paling dalam atau *working at an inner layer using existing understanding*. Tipe jawaban *observing*, yaitu siswa sudah memenuhi lapisan pemahaman *image having*, *formalising*, dan *observing* serta mengalami *folding back* yaitu bekerja pada lapisan paling dalam atau *working at an inner layer using existing understanding*. Tipe jawaban *formalising*, yaitu siswa sudah memenuhi lapisan pemahaman *image having* dan *formalising* serta mengalami *folding back* yaitu menyebabkan diskontinu atau *causing a discontinuity*.

Daftar Rujukan

- Bani, A. (2011). Meningkatkan Kemampuan Pemahaman dan Penalaran Matematik Siswa Sekolah Menengah Pertama Melalui Pembelajaran Penemuan Terbimbing. *Jurnal Edisi Khusus*, (1), 12–20. Retrieved from http://jurnal.upi.edu/file/2-Asmar_Bani.pdf
- Cahyati, A. M. D., & Kriswandani. (2017). Lapisan Pemahaman Konsep Matematika dalam Menyelesaikan Soal TIMSS Bagi Siswa SMP Kelas VIII. *Jurnal Inovasi Pendidikan Dan Pembelajaran Matematika*, 3(2), 83–97.
- Hakim, F. (2019). Analisis Pemahaman Mahasiswa PPS UNM Berpandu Teori Pirie-Kieren dalam Menyelesaikan Masalah Gaya Kognitif dan Adversity Quotient. *Journal on Pedagogical Mathematics*, 1(2), 86–101.
- Hanifah, & Abadi, A. P. (2018). Analisis Pemahaman Konsep Matematika Mahasiswa dalam Menyelesaikan Soal Teori Grup. *Journal of Mathematics Education IKIP Veteran Semarang*, 2(2), 235–244.
- Herlina, N., Fitriah, A., Setiawan, W., & Lindawati. (2019). Peningkatan Hasil Belajar Matematika pada Materi Bangun Ruang Sisi Datar Melalui Geogebra Siswa SMP di Bandung Barat. *Journal On Education*, 01(03), 471–478.
- Manu, S. S. (2005). Language Switching and Mathematical Understanding in Tongan Classrooms: An Investigation. *Journal of Educational Studies*, 27(2), 47–70.
- Martin, L. C. (2008). Folding Back and The Dynamical Growth of Mathematical Understanding: Elaborating the Pirie-Kieren Theory. *Journal of Mathematical Behavior*, 27(1), 64–85. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2008.04.001>
- Muliawati, N. E. (2020). Lapisan Pemahaman Mahasiswa Calon Guru Matematika Dengan Tipe Middle Ability dalam Menyelesaikan Soal Pembuktian Grup Berdasarkan Teori Pirie-Kieren. *Jurnal Edukasi Matematika Dan Sains*, 8(2), 157–164. <https://doi.org/10.25273/jems.v8i2.7592>
- Novri, U. S., Zulfah, & Astuti. (2018). Pengaruh Strategi REACT (Relating, Experiencing, Applying, Cooperating, Transferring) Terhadap Kemampuan Pemahaman Konsep Matematis Peserta Didik Kelas VII SMP Negeri 1 Bangkinang. *Jurnal Cendekia: Jurnal Pendidikan Matematika*, 2(2), 81–90.
- Pirie, S., & Kieren, T. (1994). Growth in mathematical understanding: How can we characterise it and how can we represent it? *Educational Studies in Mathematics*, 26(2–3), 165–190. <https://doi.org/10.1007/BF01273662>
- Pirie, S., & Kieren, T. O. M. (1989). A Recursive Theory of Mathematical Understanding. *For the Learning of Mathematics*, 9(1), 7–11.
- Rahmadian, N., Mulyono, & Isnarto. (2019). Kemampuan Representasi Matematis dalam Model Pembelajaran Somatic, Auditory, Visualization, Intellectually (SAVI). *PRISMA, Prosiding Seminar Nasional Matematika*, 2, 287–292. Retrieved from <https://journal.unnes.ac.id/sju/index.php/prisma/article/view/28940>
- Rismawati, M., & Huitagaol, A. S. R. (2018). Analisis Kemampuan Pemahaman Konsep Matematika Mahasiswa PGSD STKIP Persada Khatulistiwa Sintang. *Jurnal Pendidikan Dasar PerKhasa*, 4(1), 91–105.

- Safitri, R. I., Mulyani, S., & Ratu, N. (2018). Profil Lapisan Pemahaman Konsep Siswa SMP Terkait Garis Tinggi Segitiga. *Jurnal Ilmiah Soulmath: Jurnal Edukasi Pendidikan Matematika*, 6(2), 65–78. <https://doi.org/10.25139/smj.v6i2.1141>
- Sagala, V. (2016). Profil Lapisan Pemahaman Konsep Turunan Fungsi Dan Bentuk Folding Back Mahasiswa Calon Guru Berkemampuan Matematika Tinggi Berdasarkan Gender. *Journal of Mathematics Education, Science and Technology*, 1(2), 183–198.
- Sari, K. D., Rismayanti, & Puspitasari, I. (2018). Analisis Kemampuan Pemahaman dan Pemecahan Masalah Matematika Siswa MTs Pada Materi Bangun Ruang Sisi Datar. *Jurnal Cendekia: Jurnal Pendidikan Matematika*, 1(5), 965–974. <https://doi.org/10.31004/cendekia.v2i2.46>
- Syafri, F. S., & Isran, D. (2016). Pembelajaran Matematika Dengan Model Teori Pirie Dan Kieren. *Edudikara*, 1(1), 42–50.
- Tri Ribkyansyah, F., Yenni, Y., & Nopitasari, D. (2018). Analisis Kemampuan Representasi Matematis Siswa SMP Pada Pokok Bahasan Statistika. *Prima: Jurnal Pendidikan Matematika*, 2(2), 149–155. <https://doi.org/10.31000/prima.v2i2.711>