

Aplikasi Modulo Berpangkat $a^b \bmod n$ Menggunakan Pola Barisan dan Teorema Euler Berbasis Web

Rohmad Wahid Rhomdani, Yoga Dwi Windy Kusuma Ningtyas

© 2021 JEMS (Jurnal Edukasi Matematika dan Sains)

This is an open access article under the CC-BY-SA license

(<https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/>) ISSN 2337-9049 (print), ISSN 2502-4671 (online)

Abstrak:

Penelitian menggunakan adalah studi literatur yaitu mengkaji teorema Euler dan menguji serta menyelidiki pola barisan pada modulo berpangkat $a^b \bmod n$. Peneliti melakukan pengujian dengan javascript untuk menentukan n dan a adalah bilangan bulat positif yang saling koprima dan dinyatakan sebagai $a^{\varphi(n)} \equiv 1 \pmod{n}$ atau $a^{\varphi(n)} \bmod n = 1$. Peneliti berhasil merangkai algoritma javascript dan membuat aplikasi berbasis web dapat memberikan jawaban yang akurat pada penyelesaiannya modulo berpangkat dengan dua cara yaitu sisa pembagian pangkat menggunakan pola barisan dan menggunakan cara penyelesaian pangkat fungsi phi Euler $\varphi(n)$ modulo n yang kongruen dengan satu.

Abstract:

The research used is a literature study, which examines Euler's theorem and examines and investigates the sequence pattern on the modulo to the power of $a^b \bmod n$. The researcher conducted a test using JavaScript to determine that n and a are positive integers that are mutually compatible and expressed as $a^{\varphi(n)} \equiv 1 \pmod{n}$ or $a^{\varphi(n)} \bmod n = 1$. The researcher succeeded in compiling a javascript algorithm and creating a web-based application. can give an accurate answer on the solution modulo to the power of the two ways, namely the remainder of the division of the power using a sequence pattern and using the method of solving the power function of phi Euler $\varphi(n)$ modulo n which is congruent to one.

Kata Kunci : Modulo, Barisan, Euler, Javascript dan Web

Keywords : Modulo, line, Euler, Javascript and Web

Pendahuluan

Perkembangan teknologi yang begitu pesat tidak lepas dari pengaruh matematika begitu juga di era society 5.0 perkembangan teknologi turut mendorong pembelajaran matematika karena itu untuk mengembangkan dan menciptakan teknologi di jaman sekarang ini diperlukan penguasaan matematika yang begitu kuat sejak dini. Menilai betapa pentingnya peran matematika dalam mengikuti perkembangan teknologi, maka kita harus juga ikut andil dalam menerapkan aplikasi khususnya javascript yang begitu populer digunakan oleh para programmer web dapat menerapkannya aplikasi javascript pada pembelajaran matematika (Himawan, 2019)

Penerapan aplikasi javascript pada pembelajaran matematika karena bahasa pemrogramannya sangat mudah digunakan, dan bisa juga digunakan untuk mengembangkan aplikasi matematika berbasis website hampir semua aplikasi yang digunakan membuat atau membangun sebuah website dibuat menggunakan Javascript. (Mariko S, 2019).

Javascript didukung oleh hampir semua browser, sehingga javascript menjadi bahasa pemrograman yang universal, ini membuat logika bahasa pemrograman javascript lebih di-

Rohmad Wahid Rhomdani, Universitas Muhammadiyah Jember
wahidgrup@gmail.com

Yoga Dwi Windy Kusuma Ningtyas, Universitas Muhammadiyah Jember
kusumaningtyas.dwi@unmuhjember.ac.id

yang lebih powerful. karena toolsnya yang universal. Javascript gratis untuk digunakan dan semua resource-nya dapat kita pelajari tanpa harus mengikuti pelatihan. sehingga Javascript lebih unggul dan populer digunakan para programmer web, dan sangat cocok digunakan untuk mengembangkan aplikasi matematika berbasis website (Padmanaba A, 2020).

Salah satu inovasi dalam mengembangkan aplikasi pembelajaran matematika yang cocok di era society 5.0 yaitu mengembangkan aplikasi modulo berpangkat $a^b \bmod n$ menggunakan javascript berbasis website. Peneliti sangat tertarik untuk mengembangkan hal baru yaitu menggunakan pola barisan untuk bisa memecahkan modulo berkapat $a^b \bmod n$. Sehingga peneliti merumuskan masalah bagaimana tahapan membangun aplikasi menggunakan javascript dan bagaimana hasil uji coba aplikasi modulo berkapat pada $a^b \bmod n$ menggunakan pola barisan dan teorema Euler berbasis website.

Metode

Metode penelitian yang digunakan adalah studi literatur yaitu mengkaji teorema yang ada dan menguji dengan materi dari jurnal atau buku-buku teks yang berkaitan dengan pembahasan ini untuk menyelidiki adakah pola barisan pada modulo berpangkat $a^b \bmod n$ dan apakah sesuai dengan Teorema Euler. Fungsi Euler Totient atau Euler Phi diperkenalkan oleh Leonhard Euler yang menyatakan bahwa jika n dan a adalah bilangan bulat positif yang saling koprima, maka a pangkat fungsi phi Euler dari n akan kongruen dengan satu dalam modulo n . Hal ini dapat dinyatakan sebagai $a^{\phi(n)} \equiv 1 \pmod{n}$ atau $a^{\phi(n)} \bmod n = 1$. Kemudian dikatakan koprima jika (a, n) bilangan bulat atau relatif prima atau saling prima dan memiliki nilai FPB kedua bilangan tersebut adalah 1. (Chung F & Folkman J, 2018)

Hasil dan Pembahasan

Hasil dan pembahasan pada penelitian ini yaitu menjabarkan tahapan-tahapan pembuatan algoritma pada javascript untuk menampilkan soal serta bagaimana cara penyelesaiannya menggunakan

```
var a=7;var b=5000;var n=13;
document.write(a+'<sup>'+b+'</sup>'+ ' mod '+n);
```

Algoritma *Javascript* diatas adalah cara menampilkan soal modulo dengan input data nilai: $a=7$; $b=5000$; $n=13$; sehingga jika dirunning akan tampil seperti berikut : $7^{5000} \bmod 13$ ini adalah cara menampilkan soal modulo pada *Javascript*. Kemudian bagaimana mencari solusinya $7^{5000} \bmod 13$ dengan javascript, berikut peneliti memaparkan tahap demi tahap cara penyelesaiannya untuk $7^{5000} \bmod 13$ sebelum itu peneliti menguji pangkat 5000 mengujinya dengan menggunakan looping pada javascript pada nilai $b : 0 < b < 19$. berikut ini adalah algoritma *Javascript* $7^{19} \bmod 13$:

```
var a=7; var n=13; let text='';for(b=0;b<18;b++){var c=a**b;
var d=c%n;text+=a+'<sup>'+b+'</sup>&rarr;'+c+'mod'+n+'='+d+'<br>';}
document.write(text);
```

Algoritma diatas cara menampilkan $a^b \bmod n \equiv 7^{18} \bmod 13$. Hal ini digunakan untuk menguji dan menentukan banyaknya perulangan pada $7^{18} \bmod 13$ dengan nilai $b : 0 < b < 18$ Kemudian kita menggunakan loop pada javascript, dari keempat loop (*For, While, Do While & forEach*) peneliti menggunakan looping *For* karena peneliti membutuhkan pengujian data dengan batasan nilai $b : 0 < b < 18$. Nilai pada `[var c=a**b;]` script ini untuk menghitung nilai a pangkat b atau (a^b) , sedangkan nilai d pada `[var d=c%n;]` script ini artinya untuk

menghitung hasil dari nilai $[c \bmod n]$. Kemudian baru kita loop mulai nilai $b : 0 < b < 18$. keterangan dari hasil yang akan di running menggunakan *loop* pada *Javascript* berikut ini.

```
[a+'<sup>' + b+'</sup>&rarr;' + c+'mod'+n+'=' + d+'<br>'];]
```

\downarrow 7^{18} → $5764801 \bmod 13 = 3$

pada saat pengujian menggunakan loop `for (b=0;b<18;b++)` peneliti berhasil mendapatkan jawaban yang diharapkan, proses pengujian ditentukan dengan input nilai : $a^b \bmod n \rightarrow 7^{18} \bmod 13$ berikut adalah contoh pada aplikasi $(a^b \bmod n)$ dengan angka yang sudah ditentukan $a = 7; b = 18; n = 13$ algoritma ini digunakan untuk menguji angka berulang pada $7^{18} \bmod 13$ pada *Javascript*, sehingga setelah di running jawaban dari $7^{18} \bmod 13$ terdapat angka berulang dan memiliki pola barisan yaitu sebagai berikut :

Tabel 1. Hasil pengujian $7^b \bmod 13$.

no	$a^b \bmod n \rightarrow 7^{18} \bmod 13$	Perulangan
1.	$7^0 \rightarrow 1 \bmod 13 = 1$	1
2.	$7^1 \rightarrow 7 \bmod 13 = 7$	7
3.	$7^2 \rightarrow 49 \bmod 13 = 10$	10
4.	$7^3 \rightarrow 343 \bmod 13 = 5$	5
5.	$7^4 \rightarrow 2401 \bmod 13 = 9$	9
6.	$7^5 \rightarrow 16807 \bmod 13 = 11$	11
7.	$7^6 \rightarrow 117649 \bmod 13 = 12$	12
8.	$7^7 \rightarrow 823543 \bmod 13 = 6$	6
9.	$7^8 \rightarrow 5764801 \bmod 13 = 3$	3
10.	$7^9 \rightarrow 40353607 \bmod 13 = 8$	8
11.	$7^{10} \rightarrow 282475249 \bmod 13 = 4$	4
12.	$7^{11} \rightarrow 1977326743 \bmod 13 = 2$	2
13.	$7^{12} \rightarrow 13841287201 \bmod 13 = 1$	1
14.	$7^{13} \rightarrow 96889010407 \bmod 13 = 7$	7
15.	$7^{14} \rightarrow 678223072849 \bmod 13 = 10$	10
16.	$7^{15} \rightarrow 4747561509943 \bmod 13 = 5$	5
17.	$7^{16} \rightarrow 33232930569601 \bmod 13 = 9$	9
18.	$7^{17} \rightarrow 232630513987207 \bmod 13 = 11$	11
Total Perulangan		18

Dari hasil uji coba diatas pada $a^b \bmod n \rightarrow 7^{18} \bmod 13$ terdapat angka berulang dan memiliki pola barisan jumlah angka tersebut memiliki panjang 18 angka. Namun dari hasil uji coba ini terdapat temuan yaitu aplikasi ini memiliki kekurangan dalam menghitung nilai modulo seperti contoh : $7^{25} \rightarrow 1.341068619663965e+21 \bmod 13 = 3 \rightarrow$ tidak akurat. Hasil uji coba pangkat maximal menggunakan Javascript nilai modulo berpangkat eksponen seperti contoh $1.341068619663965e+21$ belum memberikan jawaban yang akurat dan bisa dilanjutkan penelitian selanjutnya. Kemudian temuan lain untuk mendapatkan hasil yang akurat pada mengujian $a^b \bmod n$ hasil dari modulo berpangkat tersebut harus memiliki pola barisan yang sama setelahnya, seperti contoh yang telah ditemukan pada soal : $7^{18} \bmod 13$. Pada algoritma ini juga bisa menguji nilai b lebih dari angka 18 namun peneliti hanya menguji dengan angka $b < 18$ karena pengujian modulo $a^b \bmod n \rightarrow 7^{18} \bmod 13$ sudah cukup dan memenuhi untuk mendapatkan angka yang berulang dan memiliki pola barisan. Jumlah angka pada hasil uji coba pada modulo $a^b \bmod n \rightarrow 7^{18} \bmod 13$ terdapat 18 angka yang berulang dan ada yang duplikat (sama), seperti pengujian tabel diatas $b < 18$ terdapat 18 angka yang muncul, uji coba tersebut terdapat angka yang sama dan berulang/terduplikat

sehingga peneliti melakukan filter data atau menyaring kembali dari 18 angka tersebut diambil angka yang tidak sama atau tidak berulang. Peneliti mendapatkan 18 angka yang terduplikat dengan bantuan algoritma *Javascript*. Berikut hasil perulangan modulo $a^b \bmod n \rightarrow 7^{18} \bmod 13 = 18$ angka, berikut ini :

$$7^{18} \bmod 13 = (1,7,10,5,9,11,12,6,3,8,4,2,1,7,10,5,9,11)$$

ada 18 angka yang berulang (terduplikat).

karena dari 18 angka tersebut ada yang sama (terduplikat), maka peneliti melakukan filter atau penyaringan dari 18 angka tersebut dengan menghitung nilai peristiwa atau banyaknya angka yang muncul menggunakan algoritma nilai frekuensi pada *Javascript* sebagai berikut :

```
var arr =[1,7,10,5,9,11,12,6,3,8,4,2,1,7,10,5,9,11];
function foo(arr) {var freq1 = [], freq2 = [], prev;
  arr.sort();
  for ( var i = 0; i < arr.length; i++ ) {
    if ( arr[i] !== prev ) { freq1.push(arr[i]);   freq2.push(1);
    }prev = arr[i];} return [freq1, freq2]; }
var result = foo(arr);var ulang = result[1].length;
document.write('Banyak perulangan pada '+a+ '<sup>b</sup> Modulo '+
n+' = (' + result[0] + ')'+ Berulang = '+ulang+' kali. ');
```

hasil tampilan dari algoritma Javascript diatas : Terdapat angka berulang pada $7^b \bmod 13 = (1,10,11,12,2,3,4,5,6,7,8,9)$ Berulang = 12 kali. Peneliti berhasil menghapus angka yang sama (terduplikat) dari 18 angka menjadi 12 angka dan berhasil didapatkan dengan bantuan algoritma *Javascript*. Hasil dari uji coba menggunakan javascript untuk soal $7^{18} \bmod 13$ dengan nilai $b : 0 < b < 18$ menggunakan lopp for($b=0; b < 18; b++$) pada soal $7^{18} \bmod 13$ nilainya sebagai berikut :

$$7^{18} \bmod 13 = (1,7,10,5,9,11,12,6,3,8,4,2)$$

12 kali perulangan

Setelah uji coba dilakukan peneliti berhasil mendapatkan jumlah angka yang berulang dari banyaknya perulangan pada modulo $7^b \bmod 13 = (1,7,10,5,9,11,12,6,3,8,4,2)$ atau berulangsebanyak 12 kali. Karena modulo $7^b \bmod 13$ berulang 12 kali maka peneliti bisa melakukan uji coba lanjutan pada soal pertama yaitu menguji soal $7^{5000} \bmod 13$ dengan cara menurunkan pangkat $5000 \bmod 12 = 8$ karena sisa 8 maka $7^{5000} \bmod 13 \equiv 7^8 \bmod 13$ berikut ini peneliti membuat kembali algoritma *Javascript* untuk pengujian :

$7^{5000} \bmod 13 \equiv 7^8 \bmod 13$ dibawah ini :

```
var a=7;var b=5000;var n=13;var w=12
var q=b%w; var l=a**q;var f=l%n;var j=a**b;var k=j%n;
document.write(a+'<sup>b</sup> mod '+n+' &rarr; terdapat '+w+' kali
perulangan, sehingga<br>'+a+'<sup>'+b+'</sup> mod '+n+' &rarr; '+' pangkat
'+b+' mod '+w+' = '+q+', sisa '+q+'<br>'+a+'<sup>'+b+'</sup> mod '+n+' ≡ '+a+
'<sup>'+q+'</sup> mod '+n+'<br>'+a+' <sup>'+b+' </sup> ≡ '+a+
'<sup>'+q+'</sup> mod '+n+'<br>' +a+'<sup>'+b+'</sup> ≡ '+l+' mod '+n+' =
'+f+' hasilnya adalah '+f );
```

Sehingga dari algoritma diatas peneliti mendapatkan hasil yang akurat untuk $7^{5000} \bmod 13$ kongruen dengan $7^8 \bmod 13$ karena pangkat $5000 \bmod 12 = 8$ sisa 8, angka 12 didapatkan dari banyaknya perulangan $7^b \bmod 13$ berikut setelah di running pada javascript diapatkan hasil sebagai berikut :

$7^b \text{ mod } 13 \rightarrow$ terdapat 12 kali perulangan, sehingga

$7^{5000} \text{ mod } 13 \rightarrow$ pangkat 5000 mod 12 = 8, sisa 8

$7^{5000} \text{ mod } 13 \equiv 7^8 \text{ mod } 13$

$7^{5000} \equiv 7^8 \text{ mod } 13$

$7^{5000} \equiv 5764801 \text{ mod } 13 = 3$ hasilnya adalah 3

Dari hasil uji coba aplikasi algoritma nilai frekuensi modulo berpangkat

menggunakan Javascript di atas pada soal $7^{5000} \text{ mod } 13 = 3$.

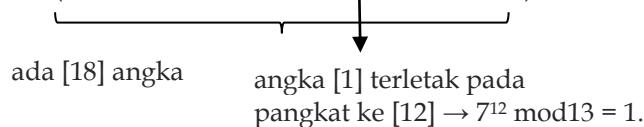
Kita akan uji kembali dengan metode lain yaitu menggunakan dalil Euler : $a^{\phi(m)} \equiv 1 \pmod{n}$ metode teorema Euler (juga dikenal sebagai Teorema Fermat-Euler) yaitu n dan a adalah bilangan bulat positif yang saling koprima, maka $a^{\phi(m)}$ dari n akan kongruen dengan satu dalam modulo n , dalil Euler pada soal $7^{5000} \text{ mod } 13$.

Berikut penyelesaiannya menggunakan Javascript:

```
var a=7;b=5000;n=13;var penguji=18
for(b=0;b<penguji;b++){var c=a**b; var d=c%n;if(d==1){var Euler_m1=b;}} var
Euler_a=a;var Euler_m=n;if(Euler_a<Euler_m){ss=Euler_m}else{ss=Euler_a}
let Euler_pbb='';let uji='';var Euler_m2=a%Euler_m1;var syaratEuler = [];
for(j=1;j<=ss;j++){if(Euler_a%j==0 && Euler_m%j==0){syaratEuler.push(j);
Euler_pbb += 'Nilai PBB dari '+a+', '+n+' : ' + j + ' karena : '+j+' sehingga
φ('+n+') = '+Euler_m1+'<br>';
if (syaratEuler==1){document.write(Euler_pbb);}}
if (syaratEuler==1){var r0=b;var r1=Euler_m1;
var q1=Math.floor(r0/r1);var r2=r0%r1;var q2=Math.floor(r1/r2);var
hs1=(a**r1)%n; var hs2=(a**r2)%n; document.write(
r0+" = "+q1+" &times; "+r1+" + "+r2+"<br>" + a+'<sup>'+b+'</sup>'+ ' ≡ ('+
a+'<sup>'+r1+'</sup>)<sup>'+q1+'</sup>&times; '+a+'<sup>'+r2+'</sup>mod
'+n+'<br>'+ a+'<sup>'+b+'</sup>'+ ' ≡ ('+ a+'<sup>'+r1+'</sup>)<sup>'+
q1+'</sup>&times; '+a+'<sup>'+r2+'</sup>mod '+n+'&rarr; [' + a+'<sup>'+r1+'</sup>
mod '+n+' = '+hs1+' ]<br>'+a+'<sup>'+b+'</sup>'+ ' ≡ ('+ hs1+' )<sup>'+
q1+'</sup> &times; '+a+'<sup>'+r2+'</sup>mod '+n+'<br>'+a+'<sup>'+b+'</sup>'+ ' ≡
'+a+'<sup>'+r2+'</sup>'+ ' mod '+n+' = '+hs2+'<br>'+ 'hasilnya adalah =
'+hs2+'<br><br>');}else{document.write(' Nilai (pbb) dari '+a+', '+n+' :
'+syaratEuler+' sehingga tidak memnuhi a<sup>φ(m)</sup> ≡ 1 (mod m) <br>');}}
```

Algoritma tersebut menguji nilai PBB dan mencari perulangan hasil akhir pada modulo $7^b \text{ Modulo } 13$ namun peneliti tetap perpedoman pada pengujian perulangan untuk mencari syarat yang diberikan oleh teorema Euler atau dalil Euler : $a^{\phi(m)} \equiv 1 \pmod{n}$: angka 1 terletak pada suke ke 12.

$7^{18} \text{ Modulo } 13 = (1,7,10,5,9,11,12,6,3,8,4,2,1,7,10,5,9,11)$



```
var c=a**b; var d=c%n; if(d==1){var Euler_m1=b;}}
```

Fungsi ini mencari syarat yang ditentukan oleh dalil Euler, kemudian peneliti menguji $7^b \text{ mod } 13 = 1$ terletak pada pangkat ke 12. setelah ditemukan letak angka 1 dengan bantuan Javascript di temukanlah a pangkat fungsi phi Euler atau $7^{\phi(13)} \equiv 1 \pmod{13}$ terletak pada pangkat ke 12. Sehingga $\phi(13) = 12$.

Kemudian selanjutnya peneliti mencari nilai PBB dari $(7,13) = 1$ syarat ini adalah syarat mutlak untuk nilai PBB dalil Euler harus sama dengan 1, dengan menggunakan logika pada Javascript mendapatkan nilai PBB dari $(7,13)$ sama dengan 1. Setelah di running algoritma diatas, peneliti dengan mudah mendapatkan hasil yang akurat menggunakan bantuan algoritma Javascript dari soal $7^{5000} \text{ mod } 13$. Jawabannya adalah sebagai berikut : Nilai PBB dari $(7,13) = 1$. karena bernilai 1, sehingga $\phi(13) = 12$

$$5000 = 416 \times 12 + 8$$

$$7^{5000} \equiv (7^{12})^{416} \times 7^8 \pmod{13}$$

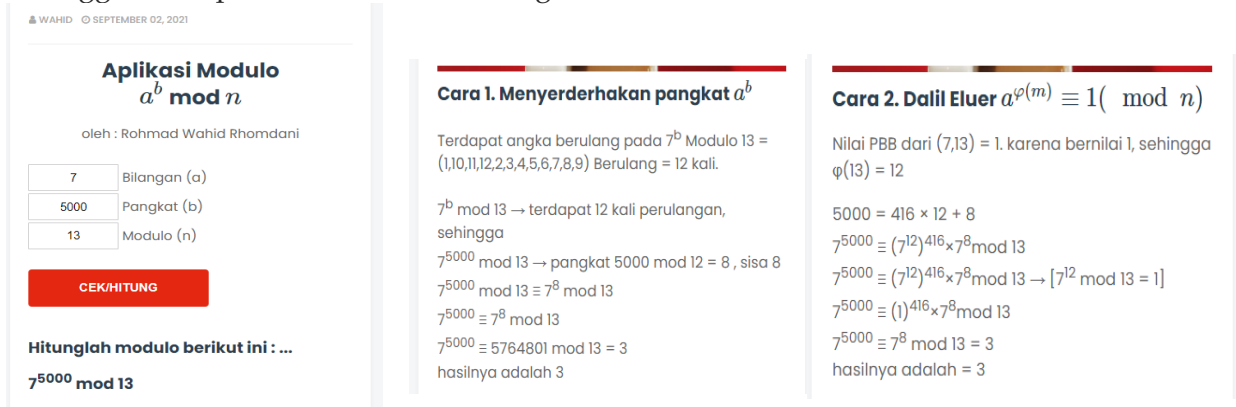
$$7^{5000} \equiv (7^{12})^{416} \times 7^8 \pmod{13} \rightarrow [7^{12} \pmod{13} = 1]$$

$$7^{5000} \equiv (1)^{416} \times 7^8 \pmod{13}$$

$$7^{5000} \equiv 7^8 \pmod{13} = 3$$

Hasilnya adalah 3 sama dengan cara penurunan pangkat yaitu hasilnya 3

Aplikasi modulo berpangkat berbasis web pada soal $7^{5000} \pmod{13}$ dengan menggunakan pola barisan adalah sebagai berikut :



Gambar 1. Tampilan Aplikasi Modulo Berpangkat dan Penyelesaiannya

Kotak input tersebut bisa juga diisi dengan angka lain secara acak, kemudian untuk menampilkan penyelesaiannya tekan tombol cek/hitung pada aplikasi tersebut. Aplikasi akan memberikan dua solusi yang pertama dengan penurunan pangkat yang kedua dengan dalil Euler. Aplikasi ini juga memberikan pengujian deret pada modulo berpangkat $a^b \pmod{n}$ sesuai dengan angka yang telah diinputkan. Berikut ini adalah tampilan aplikasi website cara penyelesaian modulo berpangkat dengan menyederhanakan pangkat a^b . Penyelesaian pada aplikasi penyederhanaan pangkat dapat menampilkan data perulangan hasil akhir pada modulo $a^b \pmod{n}$ sesuai angka yang telah diinputkan dengan syarat memiliki pola barisan. berikut ini adalah tampilan aplikasi website penyelesaian modulo berpangkat a^b .

Selanjutnya tampilan aplikasi website penyelesaian modulo berpangkat a^b menggunakan dalil Euler. Aplikasi penyelesaian modulo menggunakan dalil Euler ini dapat menampilkan nilai PBB dari dua angka yang telah diinputkan, aplikasi ini juga bisa mencari dan menentukan syarat bilangan bulat positif yang saling koprima atau mencari nilai PBB dari dua angka tersebut yang bernilai 1 seperti contoh PBB dari $(7,13) = 1$, kemudian aplikasi ini juga bisa mencari dan menentukan syarat dari Euler yaitu pangkat fungsi phi Euler ($\phi(n)$) dari n akan kongruen dengan satu dalam modulo n .

Tabel 2. Perbandingan penurunan pangkat & dalil Euler

Penurunan Pangkat	Dalil Euler
<p>Terdapat angka berulang pada :</p> $3^b \pmod{123} = (114,120,27,3,42,81,9,96)$ Berulang = 8 kali. pangkat $4321 \pmod{8} = 1$ $3^{4321} \pmod{123} \equiv 3^1 \pmod{123}$ $3^{4321} \equiv 3^1 \pmod{123}$ $3^{4321} \equiv 3 \pmod{123} = 3$ hasilnya adalah 3	<p>Nilai PBB dari $(23,31) = 1$. sehingga $\phi(31) = 12$ $9999 = 833 \times 12 + 3$ $23^{9999} \equiv (23^{12})^{833} \times 23^3 \pmod{31}$ Karena $\rightarrow [23^{12} \pmod{31} = 1]$ $23^{9999} \equiv (1)^{833} \times 23^3 \pmod{31}$ $23^{9999} \equiv 23^3 \pmod{31} = 15$ hasilnya adalah = 15</p>

Terdapat angka berulang pada : $3^b \bmod 9 = (1,4,7)$	Nilai PBB dari $(13,9) = 1$. sehingga $\varphi(9) = 12$
Berulang = 3 kali.	$13^{13} = 109 \times 12 + 5$
pangkat $13^{13} \bmod 3 = 2$	$13^{13^{13}} \equiv (13^{12})^{109} \times 13^5 \bmod 9$
$13^{13^{13}} \bmod 9 \equiv 13^2 \bmod 9$	Karena $\rightarrow [13^{12} \bmod 9 = 1]$
$13^{13^{13}} \equiv 13^2 \bmod 9$	$13^{13^{13}} \equiv (1)^{109} \times 13^5 \bmod 9$
$13^{13^{13}} \equiv 169 \bmod 9 = 7$	$13^{13^{13}} \equiv 13^5 \bmod 9 = 7$
hasilnya adalah 7	hasilnya adalah = 7

Jawaban dari kedua metode tersebut sama-sama akurat kebenarannya. Berikut ini tampilan website aplikasi Modulo $a^b \bmod n$. Dari hasil uji coba aplikasi ini bisa memberikan jawaban yang akurat serta dilengkapi tabel polinomial dari modulo berpangkat $a^b \bmod n$. Aplikasi ini juga memberikan penyelesaian modulo berpangkat, sebut pada contoh soal yang telah diinput nilai $a=7$ $b=5000$ $n=13$ pada $a^b \bmod n$.

Namun aplikasi ini tidak menggunakan teorema kecil Fermat pada rumus $\varphi(n) = n - 1$ untuk n adalah bilangan prima. Justru aplikasi ini mencari nilai phi Euler $\varphi(n)$ dari mod n yang kongruen dengan nilai 1 atau mencari nilai $a^b \bmod n = 1$ dengan pengujian nilai $b : 0 < b < 18$ yaitu mencari pangkat berapakah yang nilainya sama dengan satu pada $a^b \bmod n$ dengan $b < 18$ untuk bisa mendapatkan nilai yang lebih akurat dan banyak cara yang bisa dibuktikan pada penyelesaian menggunakan dalil Euler. Sebagai contoh pada soal $7^{5000} \bmod 13$ pada phi Euler $\varphi(n)$ yaitu phi Euler $\varphi(13) = 12$ angka 12 tidak menggunakan rumus teorema kecil Fermat yaitu $\varphi(n) = n - 1$ namun menggunakan pencarian $\varphi(n)$ yang bernilai 1 terletak pada pangkat $7^{12} \bmod 13 = 1$. Peneliti menemukan pangkat 12 yang sangat sesuai dan cocok untuk penyelesaian dalil Euler, Sehingga rumus phi Euler $\varphi(13) = 12$. Syarat dari Euler yaitu rumus $a^{\varphi(n)} \equiv 1 \pmod{n}$ yang disebut kongruen dengan satu dalam modulo n menggunakan pengujian $a^b \bmod n$ dengan nilai $b < 18$.

Simpulan

Kesimpulan dari penelitian ini pada aplikasi modulo berpangkat menggunakan pola barisan dan teorema Euler pada $a^b \bmod n$ berbasis website adalah sebagai berikut :

1. Aplikasi ini bisa mencari dan menentukan syarat dari Euler yaitu pangkat fungsi phi Euler $\varphi(n)$ modulo $n = 1$. Aplikasi ini dapat menentukan syarat bilangan bulat positif yang saling koprima, atau nilai PBB dari $(a,n) = 1$.
2. Untuk mendapatkan hasil yang akurat pada pengujian $a^b \bmod n$ hasil dari modulo berpangkat tersebut harus memiliki pola barisan yang sama.
3. Aplikasi ini dapat mencari nilai $a^{\varphi(n)} \bmod n = 1$ dari pengujian nilai $b : 0 < b < 18$ yaitu pengujian banyaknya angka yang berulang pada modulo $a^b \bmod n$ agar bisa mendapatkan nilai sama dengan satu yang lebih akurat dan banyak cara yang bisa dibuktikan pada penyelesaian menggunakan dalil Euler.
4. Kekurangan dari aplikasi ini jika terdapat jawaban berpangkat eksponen seperti $1.341068619663965e+21 \bmod n$ atau diatas ± 20 digit, hasilnya kurang akurat dan bisa dilanjutkan penelitian selanjutnya.

Daftar Rujukan

- Akhil Mathew. 2021. *On K(1)-local TR*. *Compositio Mathematica*. 157(5)
- Chung F, Folkman J & Graham R. 2018. *Sum Sequences Modulo n*. *Journal of Combinatorial Theory, Series A*. Elsevier. 158(2) : 290-314
- Lia Y & Kim D. 2018. *Menon-type identities with additive characters*. *Journal of Number Theory*.

Elsevier. 192(2):373-385

- Mariko S. 2019. *Aplikasi website berbasis HTML dan JavaScript untuk menyelesaikan fungsi integral pada mata kuliah kalkulus*. Jurnal Inovasi Teknologi Pendidikan. 6(1):80-91
- Mustafa S.R. 2020. *Analisis Sisa Pembagian dari Sigma 13i Pangkat m dengan i dari 1 Sampai n oleh Pembagi 2*. Jurnal Ilmiah Edu Research. 9(2):72-77
- Padmanaba A, Kumalasari E & Andayati D. 2020. *Komparasi Penggunaan Framework Codeigniter Vs Php Native Pada Sistem Informasi Manajemen Surat Sekretariat Dprd Pematang*. Jurnal Script. 8(1):1-6
- Sumarni A.R. 2020. *Pengembangan Aplikasi Perhitungan Integral Pada Materi Kinematika*. Pendekar: Jurnal Pendidikan Berkarakter. 3(2):58-62